

Aide-mémoire technique

Fonction logarithme

Il existe une confusion assez courante entre le logarithme népérien (naturel) noté **ln** et le logarithme décimale noté **log**.

La raison de cette confusion vient de certaines documentations et logiciels de calculs (généralement anglo-saxon) qui utilisent le symbole **log** pour désigner le logarithme népérien. Avant d'utiliser un programme de calcul scientifique ou symbolique, il est judicieux de vérifier quelle est la fonction logarithme utilisée en vérifiant : **ln e = 1** ou **log 10 = 1**.

Dans ce document le symbole **ln** signifie "Logarithme népérien" et **log** "logarithme décimale".

Aide-mémoire technique

Version 3 (Basique)

Jean-Luc JOULIN

18 octobre 2013

Introduction

Vocation de cet aide-mémoire

Cet aide-mémoire a pour but d'apporter une aide pour les ingénieurs, techniciens ou étudiants dans le domaine de la mécanique. Cet ouvrage n'a pas pour but d'être exhaustif mais de permettre de chercher rapidement une réponse à un problème posé et d'orienter l'utilisateur vers les normes concernées ou vers des livres plus complets. Il apporte entre autre un rappel sur les tolérances géométriques, la visserie, les caractéristiques des matériaux ainsi qu'un rappel de mathématique et de géométrie.

Cet aide-mémoire est distribué sous licence Creative Common (BY NC ND) et peut être librement redistribué. Pour de plus amples informations sur la licence Creative Common (BY NC ND) consultez le site : <http://creativecommons.fr>

Avertissement

Bien que les formules présentées aient été vérifiées, une erreur de frappe est toujours possible. L'emploi des formules présentées ici est sous la responsabilité de leur utilisateur.

Les valeurs, conversions et caractéristiques sont données à titre indicatifs. Rien ne peut (et ne doit) remplacer les normes "officielles" et les caractéristiques constructeurs.

Si vous constatez une erreur dans cet aide-mémoire, merci de me la signaler en m'envoyant un mail afin que je puisse la corriger dans des versions ultérieures. De même, si vous souhaitez être informé des mises à jour et des autres publications que je suis susceptible de publier par la suite, envoyez moi un mail afin d'être sur la liste de distribution :

- jean-luc.joulin@laposte.net
- jean-luc.joulin@orange.fr

Notes

Domaines d'applications

Ce document étant un aide-mémoire et non un cours magistral, les domaines d'applications des fonctions mathématiques et des formules physiques ne sont pas toujours précisées. Il convient donc de s'assurer au préalable qu'elles sont valables pour l'application qui leur est dédiée.

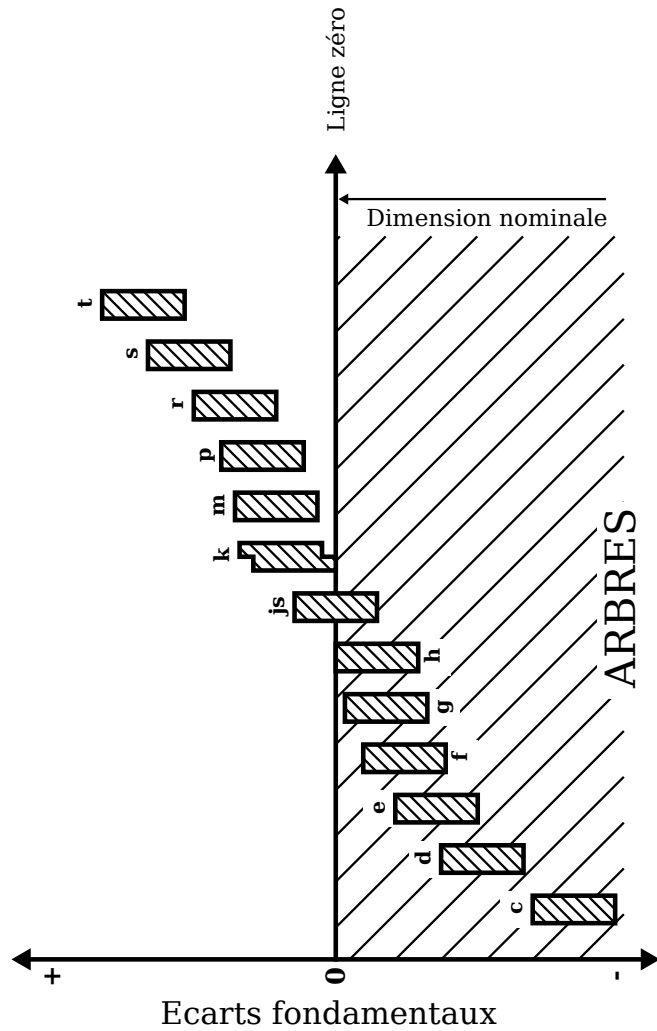
Températures	67
Vecteurs	69
Produit scalaire	69
Produit vectoriel	69
Algèbre	71
Puissances	71
Racines	71
Logarithmes	71
Identités remarquables	72
Degré 2	72
Degré 3	72
Dénombrément	72
Factoriel	72
Arrangements	72
Combinaisons	73
Dérivées	73
Rappels sur les dérivées	73
Dérivées de fonctions courantes	73
Intégrales et primitives	74
Propriétés des intégrales	74
Intégration par partie	74
Primitives de fonctions courantes	74
Développements en séries	75
Rappel sur les séries de Taylor	75
Séries de Taylor de fonctions usuelles	75
Matrices	76
Opérations de base	76
Déterminant	77
Matrice inverse	78
Pi	78
Alphabet grec	79
Trigonométrie	81
Lignes trigonométriques	81
Valeurs des angles	81
Angles complémentaires	81
Angles supplémentaires	82
Formules d'addition des angles	82
Formules d'addition des fonctions	82
Angles doubles	83
Autres formules	83
Relations métriques dans un triangle rectangle	83

Table des matières

Introduction	1
Vocation de cet aide-mémoire	1
Avertissement	1
Notes	1
Tolérances et ajustements	9
Tableau comparatif des différents ajustements	9
Schéma des ajustements	10
Qualité des ajustements	12
Tolérances des alésages	14
Tolérances des arbres	18
Boulonnerie	23
Classes de qualité	23
Vis et goujons	23
Écrous	23
Efforts sur les vis	24
Efforts maximaux sur les vis 90% R _e	24
Filetages	25
Liste des différents filetages	25
Filetage métrique ISO	25
Filetage pour tuyauterie "GAZ"	25
Filetage sans étanchéité dans le filet	25
Filetage avec étanchéité dans le filet	25
Filetage rond	25
Filetage trapézoïdal ISO	26
Filetage d'artillerie	26
Filetage triangulaire ISO	26
Profil des filetages	26
Valeurs courantes des profils triangulaires	27
Filetage "gaz"	28
Profil des filetages	28
Valeurs courantes des pas gaz	29
Métallurgie	31
Désignation des aciers	31
Aciers non alliés	31
Aciers faiblement alliés	31

Aciers fortement alliés	32
Dureté des aciers.	32
Essai BRINELL	32
Essai VICKERS	32
Essai ROCKWELL	33
Conversion entre les différentes duretés	34
Traitements de surface	35
Matériaux	37
Caractéristiques mécaniques	37
Caractéristiques thermiques	37
Caractéristiques de différents matériaux	38
Cotations	39
Symboles des tolérances géométriques	39
Symboles des états de surface	39
Résistance des matériaux	41
Loi de Hooke	41
Loi de Hooke dans le plan	41
Loi de Hooke dans l'espace.	41
Critères de limite élastique	42
Critère de Von Mises	42
Critère de Tresca	43
Caractéristiques des sections	43
Définition	43
Caractéristiques de sections courantes	44
Section rectangulaire	44
Section rectangulaire creuse	44
Section circulaire	45
Section circulaire creuse	45
Section en I	46
Section en U	46
Déformées de poutres à sections constantes	47
Poutre encastrée d'un coté avec charge ponctuelle	47
Poutre encastrée d'un coté avec charge répartie	48
Poutre encastrée des deux cotés avec charge ponctuelle	48
Poutre encastrée des deux cotés avec charge répartie	49
Poutre sur pivots des deux cotés avec charge ponctuelle	50
Poutre sur pivots des deux cotés avec charge répartie.	51
Contraintes dans un cylindre soumis à la pression	52
Cylindre soumis à une pression externe	52
Cylindre soumis à une pression interne.	53

Contraintes dans une sphère soumise à la pression	53
Sphère soumise à une pression externe.	53
Sphère soumise à une pression interne.	54
Torseurs	55
Torseurs des actions mécaniques	55
Définition	55
Moment en un point	55
Principe fondamental de la statique	55
Autres torseurs.	56
Torseur cinématique	56
Torseur cinétique	56
Torseur dynamique	56
Cinématique	57
Vitesse et accélération	57
Relation de Chasles	57
Composition des mouvements	57
Dynamique	59
Torseurs utilisés	59
Torseur cinétique	59
Torseur dynamique	59
Torseur des actions mécaniques	60
Principe fondamental de la dynamique.	60
Matrice d'inertie	60
Théorème de Huygens	61
Caractéristiques d'inertie de quelques solides	61
Parallélépipède	61
Cylindre plein	62
Cylindre creux	62
Cône.	63
Sphère pleine (Boule)	63
Unités	65
Multiples et sous-multiples.	65
Systèmes d'unités homogènes	65
Unités impériales	65
Conversion d'unités	66
Longueurs	66
Couples	66
Pressions.	67
Masses	67
Surfaces	67



Relations métriques dans un triangle quelconque	84
Valeurs courantes	85
Valeurs de pi courantes.	85
Racines courantes	85
Récapitulatif des Normes.	87

Tolérances et ajustements

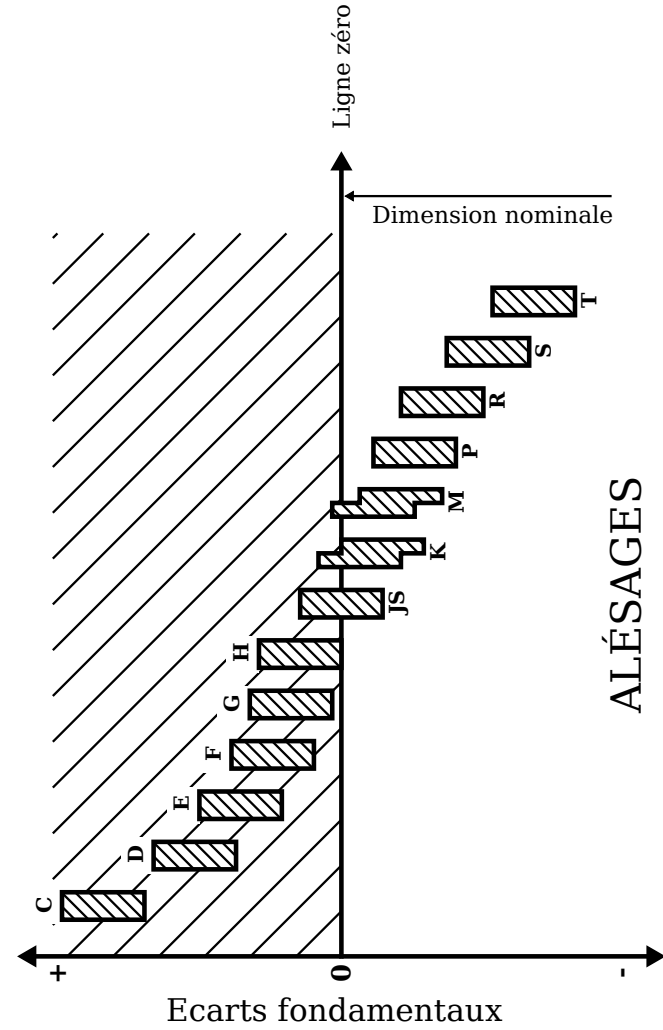
Tableau comparatif des différents ajustements

Les qualités et les tolérances des ajustements sont définis dans la norme NF EN 20286-1.

		Usage																																						
Les pièces sont mobiles l'une par rapport à l'autre.	Les pièces sont immobiles l'une par rapport à l'autre.	Usage																																						
		Arbre	H6	H7	H8	H9	H8	H9																																
Les pièces sont mobiles l'une par rapport à l'autre.	Les pièces sont immobiles l'une par rapport à l'autre.	Pièces nécessitant un grand jeu de fonctionnement.																																						
		Pièces tournant ou glissant dans une bague ou un palier.																																						
		Pièces avec guidage précis et faibles mouvements.																																						
		Démontage possible Transmission d'effort impossible																																						
		<table border="1"> <tr> <td>Mise en place à la main</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Mise en place au maillet</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Mise en place à la presse</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Montage par dilatation</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>							Mise en place à la main								Mise en place au maillet								Mise en place à la presse								Montage par dilatation							
Mise en place à la main																																								
Mise en place au maillet																																								
Mise en place à la presse																																								
Montage par dilatation																																								
		Arbre	H6	H7	H8	H9	H8	H9																																
		c						9																																
		d						9																																
		e		7	8	9																																		
		f	6	6	7																																			
		g	5	6																																				
		h	5	6	7	8																																		
		js	5	6																																				
		k	5																																					
		m		6																																				
		p		6																																				
		s			7																																			
		u			7																																			

Tolérances des alésages

DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ALÉSAGES												
Min	Max	H10	H9	H8	H7	H6	J58	JS7	JS6	K5	K6	K7	M6	
0	3	+40	+25	+14	+10	+6	+7	+5	+3	0	0	0	-2	
3	6	+48	+30	+18	+12	+8	+9	+6	+4	+3	+2	+3	-8	
6	10	+58	+36	+22	+15	+9	+11	+6	+4,5	+5	+2	+1	-1	
10	18	+70	+43	+27	+18	+11	+13,5	+9	+5,5	+6	+2	+2	-9	
18	24	+84	+52	+33	+21	+13	+16,5	+10,5	+6,5	+6	+2	+1	-15	
24	30	+84	+52	+33	+21	+13	+16,5	+10,5	+6,5	+6	+2	+1	-12	
30	40	+100	+62	+39	+25	+16	+19,5	+12,5	+8	+7	+3	+2	-4	
40	50	+100	+62	+39	+25	+16	+19,5	+12,5	+8	+7	+3	+2	-20	
50	65	+120	+74	+46	+30	+19	+23	+15	+9,5	+9	+4	+3	-5	
65	80	+120	+74	+46	+30	+19	+23	+15	+9,5	+9	+4	+3	-24	
80	100	+140	+87	+54	+35	+22	+27	+17,5	+11	+10	+4	+2	-24	
							-27	-17,5	-11	-18	-13	-13	-6	
													-35	



DIMENSIONS		QUALITÉ DES AJUSTEMENTS											
		IT 5	IT 6	IT 7	IT 8	IT 9	IT 10	IT 11	IT 12				
Min	Max												
0	3	4	6	10	14	25	40	60	100				
3	6	5	8	12	18	30	48	75	120				
6	10	6	9	15	22	36	58	90	150				
10	18	8	11	18	27	43	70	110	180				
18	24	9	13	21	33	52	84	130	210				
24	30	9	13	21	33	52	84	130	210				
30	40	11	16	25	39	62	100	160	250				
40	50	11	16	25	39	62	100	160	250				
50	65	13	19	30	46	74	120	190	300				
65	80	13	19	30	46	74	120	190	300				
80	100	15	22	35	54	87	140	220	350				
100	120	15	22	35	54	87	140	220	350				
120	140	18	25	40	63	100	160	250	400				
140	160	18	25	40	63	100	160	250	400				
160	180	18	25	40	63	100	160	250	400				
180	200	20	29	46	72	115	185	290	460				
200	225	20	29	46	72	115	185	290	460				
225	250	20	29	46	72	115	185	290	460				
250	280	23	32	52	81	130	210	320	520				
280	315	23	32	52	81	130	210	320	520				
315	355	25	36	57	89	140	230	360	570				
355	400	25	36	57	89	140	230	360	570				
400	450	27	40	63	97	155	250	400	630				

DIMENSIONS		QUALITÉ DES AJUSTEMENTS											
		IT 5	IT 6	IT 7	IT 8	IT 9	IT 10	IT 11	IT 12				
Min	Max												
450	500	27	40	63	97	155	250	400	630				
500	560	32	44	70	110	175	280	440	700				
560	630	32	44	70	110	175	280	440	700				
630	710	36	50	80	125	200	320	500	800				
710	800	36	50	80	125	200	320	500	800				
800	900	40	56	90	140	230	360	560	900				
900	1 000	40	56	90	140	230	360	560	900				
1 000	1 120	47	66	105	165	260	420	660	1 050				
1 120	1 250	47	66	105	165	260	420	660	1 050				
1 250	1 400	55	78	125	195	310	500	780	1 250				
1 400	1 600	55	78	125	195	310	500	780	1 250				
1 600	1 800	65	92	150	230	370	600	920	1 500				
1 800	2 000	65	92	150	230	370	600	920	1 500				
2 000	2 240	78	110	175	280	440	700	1 100	1 750				
2 240	2 500	78	110	175	280	440	700	1 100	1 750				
2 500	2 800	96	135	210	330	540	860	1 350	2 100				
2 800	3 150	96	135	210	330	540	860	1 350	2 100				

DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ARBRES																	
		f8	f7	f6	g6	g5	h9	h8	h7	h6	h5	js7	js6	k6	k5	m7	m6		
0	3	-6	-6	-6	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	+5	+3	+6	+4	+12	+8
		-20	-16	-12	-8	-6	-25	-6	-6	-6	-4	-5	-3	0	0	0	0	+2	+2
3	6	-10	-10	-10	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	+6	+4	+9	+6	+16	+12
		-28	-22	-18	-12	-9	-30	-18	-12	-8	-5	-6	-4	+1	+1	+1	+1	+4	+4
6	10	-13	-13	-13	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	+7,5	+4,5	+10	+7	+21	+15
		-35	-28	-22	-14	-11	-36	-22	-15	-9	-6	-7,5	-4,5	+1	+1	+1	+1	+6	+6
10	18	-16	-16	-16	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	+9	+5,5	+12	+9	+25	+18
		-43	-34	-27	-17	-14	-43	-27	-18	-11	-8	-9	-5,5	+1	+1	+1	+1	+7	+7
18	24	-20	-20	-20	-7	-7	0	0	0	0	0	0	0	+10,5	+6,5	+15	+11	+29	+21
		-53	-41	-33	-20	-16	-52	-33	-21	-13	-9	-10,5	-6,5	+2	+2	+2	+2	+8	+8
24	30	-20	-20	-20	-7	-7	0	0	0	0	0	0	0	+10,5	+6,5	+15	+11	+29	+21
		-53	-41	-33	-20	-16	-52	-33	-21	-13	-9	-10,5	-6,5	+2	+2	+2	+2	+8	+8
30	40	-25	-25	-25	-9	-9	0	0	0	0	0	0	0	+12,5	+8	+18	+13	+34	+25
		-64	-50	-41	-25	-20	-62	-39	-25	-16	-11	-12,5	-8	+2	+2	+2	+2	+9	+9
40	50	-25	-25	-25	-9	-9	0	0	0	0	0	0	0	+12,5	+8	+18	+13	+34	+25
		-64	-50	-41	-25	-20	-62	-39	-25	-16	-11	-12,5	-8	+2	+2	+2	+2	+9	+9
50	65	-30	-30	-30	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	+15	+9,5	+21	+15	+41	+30
		-76	-60	-49	-29	-23	-74	-46	-30	-19	-13	-15	-9,5	+2	+2	+2	+2	+11	+11
65	80	-30	-30	-30	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	+15	+9,5	+21	+15	+41	+30
		-76	-60	-49	-29	-23	-74	-46	-30	-19	-13	-15	-9,5	+2	+2	+2	+2	+11	+11
80	100	-36	-36	-36	-12	-12	0	0	0	0	0	0	0	+17,5	+11	+25	+18	+48	+35
		-90	-71	-58	-34	-27	-87	-54	-35	-22	-15	-17,5	-11	+3	+3	+3	+3	+13	+13
100	120	-36	-36	-36	-12	-12	0	0	0	0	0	0	0	+17,5	+11	+25	+18	+48	+35
		-90	-71	-58	-34	-27	-87	-54	-35	-22	-15	-17,5	-11	+3	+3	+3	+3	+13	+13

DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ALÉSAGES															
		H10	H9	H8	H7	H6	J88	JS7	JS6	K7	K6	K5	M7	M6			
100	120	+140	+87	+54	+35	+22	+27	+17,5	+11	+10	+4	+2	0	-6			
		0	0	0	0	0	-27	-17,5	-11	-25	-18	-13	-35	-28			
120	140	+160	+100	+63	+40	+25	+31,5	+20	+12,5	+12	+4	+3	0	-8			
		0	0	0	0	0	-31,5	-20	-12,5	-28	-21	-15	-40	-33			
140	160	+160	+100	+63	+40	+25	+31,5	+20	+12,5	+12	+4	+3	0	-8			
		0	0	0	0	0	-31,5	-20	-12,5	-28	-21	-15	-40	-33			
160	180	+160	+100	+63	+40	+25	+31,5	+20	+12,5	+12	+4	+3	0	-8			
		0	0	0	0	0	-31,5	-20	-12,5	-28	-21	-15	-40	-33			
180	200	+185	+115	+72	+46	+29	+36	+23	+14,5	+13	+5	+2	-400	-408			
		0	0	0	0	0	-36	-23	-14,5	-33	-24	-18	-446	-437			
200	225	+185	+115	+72	+46	+29	+36	+23	+14,5	+13	+5	+2	0	-8			
		0	0	0	0	0	-36	-23	-14,5	-33	-24	-18	-46	-37			
225	250	+185	+115	+72	+46	+29	+36	+23	+14,5	+13	+5	+2	0	-8			
		0	0	0	0	0	-36	-23	-14,5	-33	-24	-18	-46	-37			
250	280	+210	+130	+81	+52	+32	+40,5	+26	+16	+16	+5	+3	0	-9			
		0	0	0	0	0	-40,5	-26	-16	-36	-27	-20	-52	-41			
280	315	+210	+130	+81	+52	+32	+40,5	+26	+16	+16	+5	+3	0	-9			
		0	0	0	0	0	-40,5	-26	-16	-36	-27	-20	-52	-41			
315	355	+230	+140	+89	+57	+36	+44,5	+28,5	+18	+17	+7	+3	0	-10			
		0	0	0	0	0	-44,5	-28,5	-18	-40	-29	-22	-57	-46			
355	400	+230	+140	+89	+57	+36	+44,5	+28,5	+18	+17	+7	+3	0	-10			
		0	0	0	0	0	-44,5	-28,5	-18	-40	-29	-22	-57	-46			
400	450	+250	+155	+97	+63	+40	+48,5	+31,5	+20	+18	+8	+2	0	-10			
		0	0	0	0	0	-48,5	-31,5	-20	-45	-32	-25	-63	-50			
450	500	+250	+155	+97	+63	+40	+48,5	+31,5	+20	+18	+8	+2	0	-10			
		0	0	0	0	0	-48,5	-31,5	-20	-45	-32	-25	-63	-50			

DIMENSIONS		TOLERANCES DES ALÉSAGES													
		H10	H9	H8	H7	H6	J58	JS7	JS6	K7	K6	K5	M7	M6	
Min	Max														
500	560	+280	+175	+110	+70	+44	+55	+35	+22	0	0	0	-26	-26	
		0	0	0	0	0	-55	-35	-22	-70	-44	-32	-96	-70	
560	630	+280	+175	+110	+70	+44	+55	+35	+22	0	0	0	-26	-26	
		0	0	0	0	0	-55	-35	-22	-70	-44	-32	-96	-70	
630	710	+320	+200	+125	+80	+50	+62,5	+40	+25	0	0	0	-30	-30	
		0	0	0	0	0	-62,5	-40	-25	-80	-50	-36	-110	-80	
710	800	+320	+200	+125	+80	+50	+62,5	+40	+25	0	0	0	-30	-30	
		0	0	0	0	0	-62,5	-40	-25	-80	-50	-36	-110	-80	
800	900	+360	+230	+140	+90	+56	+70	+45	+28	0	0	0	-34	-34	
		0	0	0	0	0	-70	-45	-28	-90	-56	-40	-124	-90	
900	1000	+360	+230	+140	+90	+56	+70	+45	+28	0	0	0	-34	-34	
		0	0	0	0	0	-70	-45	-28	-90	-56	-40	-124	-90	
1000	1120	+420	+260	+165	+105	+66	+82,5	+52,5	+33	0	0	0	-40	-40	
		0	0	0	0	0	-82,5	-52,5	-33	-105	-66	-47	-145	-106	
1120	1250	+420	+260	+165	+105	+66	+82,5	+52,5	+33	0	0	0	-40	-40	
		0	0	0	0	0	-82,5	-52,5	-33	-105	-66	-47	-145	-106	
1250	1400	+500	+310	+195	+125	+78	+97,5	+62,5	+39	0	0	0	-48	-48	
		0	0	0	0	0	-97,5	-62,5	-39	-125	-78	-55	-173	-126	
1400	1600	+500	+310	+195	+125	+78	+97,5	+62,5	+39	0	0	0	-48	-48	
		0	0	0	0	0	-97,5	-62,5	-39	-125	-78	-55	-173	-126	
1600	1800	+600	+370	+230	+150	+92	+115	+75	+46	0	0	0	-58	-58	
		0	0	0	0	0	-115	-75	-46	-150	-92	-65	-208	-150	
1800	2000	+600	+370	+230	+150	+92	+115	+75	+46	0	0	0	-58	-58	
		0	0	0	0	0	-115	-75	-46	-150	-92	-65	-208	-150	
2000	2240	+700	+440	+280	+175	+110	+140	+87,5	+55	0	0	0	-68	-68	
		0	0	0	0	0	-140	-87,5	-55	-175	-110	-78	-243	-178	

DIMENSIONS		TOLERANCES DES ALÉSAGES													
		H10	H9	H8	H7	H6	J58	JS7	JS6	K7	K6	K5	M7	M6	
Min	Max														
2240	2500	+700	+440	+280	+175	+110	+140	+87,5	+55	0	0	0	-68	-68	
		0	0	0	0	0	-140	-87,5	-55	-175	-110	-78	-243	-178	
2500	2800	+860	+540	+330	+210	+135	+165	+105	+67,5	0	0	0	-76	-76	
		0	0	0	0	0	-165	-105	-67,5	-210	-135	-96	-286	-211	
2800	3150	+860	+540	+330	+210	+135	+165	+105	+67,5	0	0	0	-76	-76	
		0	0	0	0	0	-165	-105	-67,5	-210	-135	-96	-286	-211	



DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ARBRES																
		f8	f7	f6	g6	g5	h9	h8	h7	h6	h5	js7	js6	k6	k5	m7	m6	
Min	Max																	
120	140	-43 -106	-43 -83	-43 -68	-14 -39	-14 -32	0 -100	0 -63	0 -40	0 -25	0 -18	+20 -20	+12,5 -12,5	+28 +3	+21 +3	+51 +11	+36 +11	
140	160	-43 -106	-43 -83	-43 -68	-14 -39	-14 -32	0 -100	0 -63	0 -40	0 -25	0 -18	+20 -20	+12,5 -12,5	+28 +3	+21 +3	+55 +15	+40 +15	
160	180	-43 -106	-43 -83	-43 -68	-14 -39	-14 -32	0 -100	0 -63	0 -40	0 -25	0 -18	+20 -20	+12,5 -12,5	+28 +3	+21 +3	+55 +15	+40 +15	
180	200	-50 -122	-50 -96	-50 -79	-15 -44	-15 -35	0 -115	0 -72	0 -46	0 -29	0 -20	+23 -23	+14,5 -14,5	+33 +4	+24 +4	+63 +17	+46 +17	
200	225	-50 -122	-50 -96	-50 -79	-15 -44	-15 -35	0 -115	0 -72	0 -46	0 -29	0 -20	+23 -23	+14,5 -14,5	+33 +4	+24 +4	+63 +17	+46 +17	
225	250	-50 -122	-50 -96	-50 -79	-15 -44	-15 -35	0 -115	0 -72	0 -46	0 -29	0 -20	+23 -23	+14,5 -14,5	+33 +4	+24 +4	+63 +17	+46 +17	
250	280	-56 -137	-56 -108	-56 -88	-17 -49	-17 -40	0 -130	0 -81	0 -52	0 -32	0 -23	+26 -26	+16 -16	+36 +4	+27 +4	+72 +20	+52 +20	
280	315	-56 -137	-56 -108	-56 -88	-17 -49	-17 -40	0 -130	0 -81	0 -52	0 -32	0 -23	+26 -26	+16 -16	+36 +4	+27 +4	+72 +20	+52 +20	
315	355	-62 -151	-62 -119	-62 -98	-18 -54	-18 -43	0 -140	0 -89	0 -57	0 -36	0 -25	+28,5 -28,5	+18 -18	+40 +4	+29 +4	+78 +21	+57 +21	
355	400	-62 -151	-62 -119	-62 -98	-18 -54	-18 -43	0 -140	0 -89	0 -57	0 -36	0 -25	+28,5 -28,5	+18 -18	+40 +4	+29 +4	+78 +21	+57 +21	
400	450	-68 -165	-68 -131	-68 -108	-20 -60	-20 -47	0 -155	0 -97	0 -63	0 -40	0 -27	+31,5 -31,5	+20 -20	+45 +5	+32 +5	+86 +23	+63 +23	
450	500	-68 -165	-68 -131	-68 -108	-20 -60	-20 -47	0 -155	0 -97	0 -63	0 -40	0 -27	+31,5 -31,5	+20 -20	+45 +5	+32 +5	+86 +23	+63 +23	
500	560	-76 -186	-76 -146	-76 -120	-22 -66	-22 -54	0 -175	0 -110	0 -70	0 -44	0 -32	+35 -35	+22 -22	+44 0	+32 0	+96 +26	+70 +26	

DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ARBRES															
		f8	f7	f6	g6	g5	h9	h8	h7	h6	h5	js7	js6	k6	k5	m7	m6
Min	Max																
560	630	-76 -186	-76 -146	-76 -120	-22 -66	-22 -54	0 -175	0 -110	0 -70	0 -44	0 -32	+35 -35	+22 -22	+44 0	+32 0	+96 +26	+70 +26
630	710	-80 -205	-80 -160	-80 -130	-24 -74	-24 -60	0 -200	0 -125	0 -80	0 -50	0 -36	+40 -40	+25 -25	+50 0	+36 0	+110 +30	+80 +30
710	800	-80 -205	-80 -160	-80 -130	-24 -74	-24 -60	0 -200	0 -125	0 -80	0 -50	0 -36	+40 -40	+25 -25	+50 0	+36 0	+110 +30	+80 +30
800	900	-86 -226	-86 -176	-86 -142	-26 -66	-26 -66	0 -230	0 -140	0 -90	0 -56	0 -40	+45 -45	+28 -28	+56 0	+40 0	+146 +56	+112 +56
900	1000	-86 -226	-86 -176	-86 -142	-26 -66	-26 -66	0 -230	0 -140	0 -90	0 -56	0 -40	+45 -45	+28 -28	+56 0	+40 0	+146 +56	+112 +56
1000	1120	-98 -263	-98 -203	-98 -164	-28 -94	-28 -75	0 -260	0 -165	0 -105	0 -66	0 -47	+52,5 -52,5	+33 -33	+66 0	+47 0	+171 +66	+132 +66
1120	1250	-98 -263	-98 -203	-98 -164	-28 -94	-28 -75	0 -260	0 -165	0 -105	0 -66	0 -47	+52,5 -52,5	+33 -33	+66 0	+47 0	+171 +66	+132 +66
1250	1400	-110 -305	-110 -235	-110 -188	-30 -108	-30 -85	0 -310	0 -195	0 -125	0 -78	0 -55	+62,5 -62,5	+39 -39	+78 0	+55 0	+203 +78	+156 +78
1400	1600	-110 -305	-110 -235	-110 -188	-30 -108	-30 -85	0 -310	0 -195	0 -125	0 -78	0 -55	+62,5 -62,5	+39 -39	+78 0	+55 0	+203 +78	+156 +78
1600	1800	-120 -350	-120 -270	-120 -212	-32 -124	-32 -97	0 -370	0 -230	0 -150	0 -92	0 -65	+75 -75	+46 -46	+92 0	+65 0	+242 +92	+184 +92
1800	2000	-120 -350	-120 -270	-120 -212	-32 -124	-32 -97	0 -370	0 -230	0 -150	0 -92	0 -65	+75 -75	+46 -46	+92 0	+65 0	+242 +92	+184 +92
2000	2240	-130 -410	-130 -305	-130 -240	-34 -144	-34 -112	0 -440	0 -280	0 -175	0 -110	0 -78	+87,5 -87,5	+55 -55	+110 0	+78 0	+285 +110	+220 +110
2240	2500	-130 -410	-130 -305	-130 -240	-34 -144	-34 -112	0 -440	0 -280	0 -175	0 -110	0 -78	+87,5 -87,5	+55 -55	+110 0	+78 0	+285 +110	+220 +110



DIMENSIONS		TOLÉRANCES DES ARBRES															
		f8	f7	f6	g6	g5	h9	h8	h7	h6	h5	js7	js6	k6	k5	m7	m6
Min	Max																
2500	2800	-145 -475	-145 -355	-145 -280	-38 -173	-38 -134	0 -540	0 -330	0 -210	0 -135	0 -96	+105 -105	+67,5 -67,5	+135 0	+96 0	+345 +135	+270 +135
2800	3150	-145 -475	-145 -355	-145 -280	-38 -173	-38 -134	0 -540	0 -330	0 -210	0 -135	0 -96	+105 -105	+67,5 -67,5	+135 0	+96 0	+345 +135	+270 +135



Filetage trapézoïdal ISO

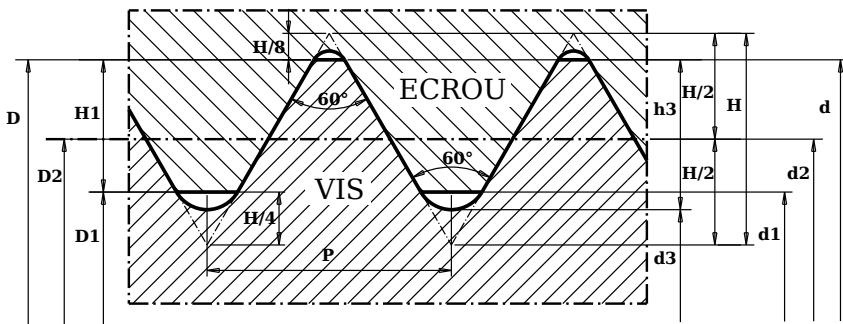
Ce filetage permet de transmettre des efforts importants mais sa fabrication est délicate.

Filetage d'artillerie

Ce filetage est utilisé pour la transmission d'efforts important avec des chocs violents

Filetage triangulaire ISO

Profil des filetages



D,d Diamètre nominal.

P Pas.

H Hauteur du triangle primitif.

d1 Diamètre de l'alésage de l'écrou.

d2 Diamètre à flancs de filet de la vis.

d3 Diamètre du noyau de la vis.

h3 Profondeur du filet de la vis.

H1 Profondeur du filet de l'écrou.

D1 Diamètre du fond de filet de l'écrou.

D2 Diamètre à flancs de filet de l'écrou.

$$H = 0,866 \cdot P$$

$$d1 = D1 = d - 1,0825 \cdot P$$

$$d2 = D2 = d - 0,6495 \cdot P$$

$$d3 = D1 = d - 1,2268 \cdot P$$

$$H1 = 0,5412 \cdot P$$

$$h3 = 0,6134 \cdot P$$

Boulonnerie

Classes de qualité

Vis et goujons

Les caractéristiques mécaniques des vis et goujons sont définies dans la norme : **NF EN 20898-1**.

La classe de qualité pour une vis ou un goujon définit le matériau d'après ses caractéristiques mécaniques. Elle est définie par deux nombres :

- Le premier nombre est le centième de la limite de rupture du matériau exprimée en mégapascals (MPa).
- Le deuxième nombre multiplié par le premier est le dixième de la limite élastique du matériau exprimée en mégapascals (MPa).

Exemple

$$6.8 : R_e = 6 \times 8 \times 10 = 480 \text{MPa} \quad R_r = 6 \times 100 = 600 \text{MPa}$$

Classes de qualité pour les vis

Classe	R_e	R_r
4,6	240	400
4,8	320	400
5,6	300	500
6,6	360	600
6,8	480	600
8,8	640	800
10,9	900	1 000
12,9	1 080	1 200
14,9	1 260	1 400

Écrous

Les caractéristiques mécaniques des écrous sont définies dans la norme : **NF EN 20898-2**.

La classe de qualité pour un écrou définit le matériau d'après ses caractéristiques mécaniques :

- Le nombre est le centième de la limite de rupture du matériau exprimée en mégapascals (MPa).

Un écrou d'une classe de qualité donnée ne peut pas être monté sur une vis ou un goujon d'une qualité supérieure.

Classes de qualité pour les écrous

Classe	R _t
4	400
5	500
6	600
8	800
10	1 000
12	1 200
14	1 400

Efforts sur les vis

Efforts maximaux sur les vis 90% R_e

M	Section résistante [mm ²]	6.6 Fmax [daN]	8.8 Fmax [daN]	10.9 Fmax [daN]	12.9 Fmax [daN]
6	20,13	652	1 159	1 630	1 956
8	36,62	1 186	2 109	2 965	3 559
10	58,00	1 879	3 340	4 698	5 637
12	84,28	2 730	4 854	6 826	8 192
14	115,5	3 740	6 650	9 352	11 222
16	156,7	5 076	9 025	12 692	15 230
18	192,5	6 237	11 088	15 592	18 711
20	244,8	7 932	14 102	19 831	23 797
22	303,4	9 831	17 478	24 578	29 494
24	352,6	11 422	20 307	28 557	34 268
30	560,7	18 165	32 294	45 414	54 496

Filetages

Liste des différents filetages

Filetage métrique ISO

Le filetage ISO est le filetage le plus couramment utilisé. Il est très facile à fabriquer et possède une assez bonne résistance. Ce filetage existe en pas "gros" et "fin".

Ce filetage est défini par la norme **NF E 03-001**.

Le symbole de ce profil est **M**.

Filetage pour tuyauterie "GAZ"

Le filetage pour tuyauterie (aussi appelé filetage "GAZ") est utilisé pour les raccords en tuyauterie, plomberie, hydraulique ... Ce profil est désigné par le sigle **BSP** (British Standard Pipe).

Il existe plusieurs types de filetage "GAZ" :

Filetage sans étanchéité dans le filet

Le taraudage et le filetage sont cylindriques. Le symbole de ce type de filetage est **G**. Ce profil est défini par la norme **NF EN ISO 228**.

Filetage avec étanchéité dans le filet

Le filetage est toujours conique et son symbole est **R**. Ce profil est défini par la norme **NF EN 10226**.

Le taraudage peut être :

- Cylindrique
- Conique

Filetage rond

Le filetage rond est très résistant et résiste bien aux chocs. Sa forme facilite l'engagement de la vis dans l'écrou. Sa fabrication est difficile.

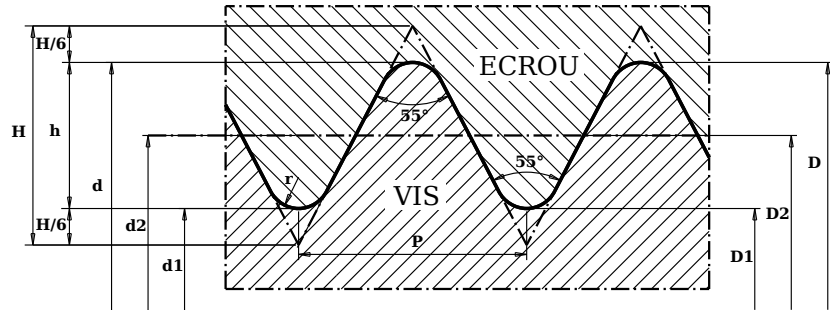
Valeurs courantes des profils triangulaires

d	P	H	d1	d2	h3	D1	D2	H1
1	0,25	0,217	0,729	0,693	0,153	0,729	0,838	0,135
1,2	0,25	0,217	0,929	0,893	0,153	0,929	1,038	0,135
1,4	0,30	0,260	1,075	1,032	0,184	1,075	1,205	0,162
1,6	0,35	0,303	1,221	1,171	0,215	1,221	1,373	0,189
2	0,40	0,346	1,567	1,509	0,245	1,567	1,741	0,216
2,5	0,45	0,390	2,013	1,948	0,276	2,013	2,208	0,244
3	0,50	0,433	2,459	2,387	0,307	2,459	2,676	0,271
4	0,70	0,606	3,242	3,141	0,429	3,242	3,546	0,379
5	0,80	0,693	4,134	4,019	0,491	4,134	4,481	0,433
6	1,00	0,866	4,918	4,773	0,613	4,918	5,352	0,541
8	1,25	1,083	6,647	6,467	0,767	6,647	7,189	0,677
10	1,50	1,299	8,376	8,160	0,920	8,376	9,027	0,812
12	1,75	1,516	10,106	9,853	1,073	10,106	10,865	0,947
14	2,00	1,732	11,835	11,546	1,227	11,835	12,703	1,082
16	2,00	1,732	13,835	13,546	1,227	13,835	14,703	1,082
18	2,50	2,165	15,294	14,933	1,534	15,294	16,379	1,353
20	2,50	2,165	17,294	16,933	1,534	17,294	18,379	1,353
22	2,50	2,165	19,294	18,933	1,534	19,294	20,379	1,353
24	3,00	2,598	20,753	20,320	1,840	20,753	22,055	1,624
27	3,00	2,598	23,753	23,320	1,840	23,753	25,055	1,624
30	3,50	3,031	26,211	25,706	2,147	26,211	27,730	1,894
33	3,50	3,031	29,211	28,706	2,147	29,211	30,730	1,894
36	4,00	3,464	31,670	31,093	2,454	31,670	33,406	2,165
39	4,00	3,464	34,670	34,093	2,454	34,670	36,406	2,165
42	4,50	3,897	37,129	36,479	2,760	37,129	39,082	2,435
45	4,50	3,897	40,129	39,479	2,760	40,129	42,082	2,435
48	5,00	4,330	42,588	41,866	3,067	42,588	44,758	2,706
52	5,00	4,330	46,588	45,866	3,067	46,588	48,758	2,706
56	5,50	4,763	50,046	49,253	3,374	50,046	52,433	2,977
60	5,50	4,763	54,046	53,253	3,374	54,046	56,433	2,977
64	6,00	5,196	57,505	56,639	3,680	57,505	60,109	3,247
68	6,00	5,196	61,505	60,639	3,680	61,505	64,109	3,247
72	6,00	5,196	65,505	64,639	3,680	65,505	68,109	3,247
76	6,00	5,196	69,505	68,639	3,680	69,505	72,109	3,247
80	6,00	5,196	73,505	72,639	3,680	73,505	76,109	3,247
85	6,00	5,196	78,505	77,639	3,680	78,505	81,109	3,247
90	6,00	5,196	83,505	82,639	3,680	83,505	86,109	3,247

Filetage "gaz"

Profil des filetages

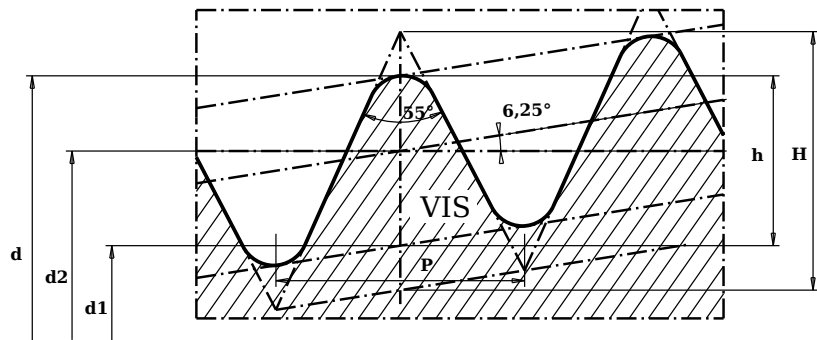
Profil du filetage cylindrique



D, d Diamètre extérieur.
 D1, d1 Diamètre du noyau.
 D2, d2 Diamètre sur flancs.
 P Pas.
 h Hauteur du filet.
 H Hauteur du triangle primitif.

$P = 25,4 / \text{nb de pas}$
 $H = 0,960491 \cdot P$
 $h = 0,640327 \cdot P$
 $r = 0,137329 \cdot P$
 $d1 = D1 = d - 2 \cdot h$
 $d2 = D2 = d - h$

Profil du filetage conique



d Diamètre extérieur.
 d1 Diamètre du noyau.
 d2 Diamètre sur flancs.
 P Pas.
 h Hauteur du filet.
 H Hauteur du triangle primitif.

$P = 25,4 / \text{nb de pas}$
 $H = 0,960237 \cdot P$
 $h = 0,640327 \cdot P$
 $r = 0,137278 \cdot P$

Valeurs courantes des pas gaz

déno- mina- tion	pas par pouce	P	H	h	r	d=D	d2=D2	d1=D1
1/16	28	0,907	0,871	0,581	0,125	7,723	7,142	6,561
1/8	28	0,907	0,871	0,581	0,125	9,728	9,147	8,566
1/4	19	1,337	1,284	0,856	0,184	13,157	12,301	11,445
3/8	19	1,337	1,284	0,856	0,184	16,662	15,806	14,950
1/2	14	1,814	1,743	1,162	0,249	20,955	19,793	18,632
5/8	14	1,814	1,743	1,162	0,249	22,911	21,749	20,588
3/4	14	1,814	1,743	1,162	0,249	26,441	25,279	24,118
7/8	14	1,814	1,743	1,162	0,249	30,201	29,039	27,878
1	11	2,309	2,218	1,479	0,317	33,249	31,770	30,292
1 1/8	11	2,309	2,218	1,479	0,317	37,897	36,418	34,940
1 1/4	11	2,309	2,218	1,479	0,317	41,910	40,431	38,953
1 1/2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	47,803	46,324	44,846
1 3/4	11	2,309	2,218	1,479	0,317	53,746	52,267	50,789
2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	59,614	58,135	56,657
2 1/4	11	2,309	2,218	1,479	0,317	65,710	64,231	62,753
2 1/2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	75,184	73,705	72,227
2 3/4	11	2,309	2,218	1,479	0,317	81,534	80,055	78,577
3	11	2,309	2,218	1,479	0,317	87,884	86,405	84,927
3 1/2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	100,330	98,851	97,373
4	11	2,309	2,218	1,479	0,317	113,030	111,551	110,073
4 1/2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	125,730	124,251	122,773
5	11	2,309	2,218	1,479	0,317	138,430	136,951	135,473
5 1/2	11	2,309	2,218	1,479	0,317	151,130	149,651	148,173
6	11	2,309	2,218	1,479	0,317	163,830	162,351	160,873

Conversion entre les différentes duretés

Re [$Kg.mm^2$]

Re	HB	HV	HRC	HRB
52	143			78
53	146			79
54	149			80
55	152			81
56	156			82
57	157			83
58	159			84
59	162			85
61	166			86
62	170			87
63	174			88
65	179			89
66	183			90
69	192			91
71	197			92
72	201			93
73	207			94
77	212			95
78	217			96
80	223	240	20	97
82	229	245	21	98
85	235	256	23	99
87	241	262	24	100
90	248	268	25	
92	255	274	26	
94	262	281	27	
97	269	289	28	
100	277	295	29	
103	285	302	30	
104	293	309	31	
108	302	316	32	

Re	HB	HV	HRC	HRB
111	311	324	33	
115	321	332	34	
120	331	350	36	
124	341	360	37	
127	352	370	38	
131	363	380	39	
135	375	391	40	
139	388	402	41	
146	401	426	43	
150	415	439	44	
154	429	452	45	
162	444	478	47	
166	460	492	48	
170	472	508	49	
174	485	525	50	
178	496	541	51	
183	508	558	52	
187	520	576	53	
192	533	594	54	
196	546	612	55	
200	557	639	56	
205	570	650	57	
	583	670	58	
	596	690	59	
	610	710	60	
	624	730	61	
	639	754	62	
	653	780	63	
	668	806	64	
	683	832	65	
	698	860	66	
	713	890	67	
	729	928	68	
	744	966	69	
	759	1030	70	

Métallurgie

Désignation des aciers

Aciers non alliés

La désignation d'un acier non alliés est composée de la lettre C suivie de la teneur en carbone multipliée par 100.

Exemple

C 50 : Acier à 0,50% de carbone.

Re et Rm de différents aciers non alliés

Acier	Re	Rm
C25	285	460
C40	355	620
C50	395	700

Aciers faiblement alliés

La désignation d'un acier faiblement allié est composée de :

- Un entier représentant la teneur (%) en carbone multipliée par 100.
- Un ou plusieurs groupe de lettres représentant les éléments d'alliage rangés dans l'ordre des teneurs décroissantes.
- Une suite de nombres indiquant la teneur (%) de chaque élément d'alliage. Ces teneurs sont multipliées par un coefficient multiplicateur qui est fonction de l'élément d'alliage.

Exemple

25CrMo4 : Acier à 0,25% de carbone, 0,16% de Chrome, du Molybdène.

Éléments d'alliage

Élément	Symbole	Coefficient
Chrome	Cr	4
Molybdène	Mo	10
Vanadium	V	10
Nickel	Ni	4
Cobalt	Co	4
Manganèse	Mn	4
Silicium	Si	4

Re et Rm de différents aciers faiblement alliés

Acier	Re	Rm
38Cr2	650	800
41Cr4	740	980
25CrMo4	700	880
42CrMo4	850	1 080
17CrNiMo4	880	1 130
51CrV4	1 080	1 180
20MnCr5	980	1 230
36NiCrMo16	1 275	1 710

Aciers fortement alliés

La désignation d'un acier fortement allié est composée par :

- La désignation commence par un X.
- Un entier représentant la teneur (%) en carbone multipliée par 100.
- Un ou plusieurs groupes de lettres représentant les éléments d'alliage rangés dans l'ordre des teneurs décroissantes.
- Une suite de nombres indiquant la teneur (%) de chaque éléments d'alliage (Pas de coefficients multiplicateurs).

Exemple

X4CrMoS18 : Acier à 0,04% de carbone, 18% de Chrome, du Molybdène et du soufre.

Dureté des aciers

Essai BRINELL

L'essai de dureté BRINELL est défini dans la norme : **NF EN ISO 6506-1**.

La méthode consiste à appliquer sur un échantillon du matériau à mesurer une bille indéformable de diamètre D avec une force donnée. La taille de l'empreinte laissée sur l'échantillon permet de définir la dureté BRINELL.

La dureté BRINELL est notée HB.

Essai VICKERS

L'essai de dureté VICKERS est défini dans la norme : **NF EN ISO 6507-1**.

La méthode consiste à appliquer sur un échantillon du matériau à mesurer un pénétrateur pyramidal indéformable de forme normalisée avec une force donnée. Les

diagonales de l'empreinte carrée laissées sur l'échantillon permettent de définir la dureté VICKERS.

La dureté VICKERS est notée HV.

Essai ROCKWELL

L'essai de dureté ROCKWELL est défini dans la norme : **NF EN ISO 6508-1**.

La méthode consiste à appliquer sur un échantillon du matériau à mesurer un pénétrateur indéformable de forme normalisée avec une force donnée. L'application de la charge se fait en deux temps avec une précharge initiale. Il existe plusieurs échelles ROCKWELL obtenues avec des pénétrateurs de formes et de tailles différentes.

Les plus courantes sont :

- HRB réalisé avec une bille en acier. Permet de mesurer les aciers doux, les cuivres, les aluminiums.
- HRC réalisé avec un cône de diamant. Permet de mesurer les aciers durs et les fontes.

Caractéristiques de différents matériaux

- ρ Masse volumique [$kg \cdot m^{-3}$]
- E Module de Young [MPa]
- ν Coefficient de Poisson
- λ Conductivité thermique [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
- c Capacité thermique massique [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$]

Nom	ρ	E	ν	λ	c	α
Acier	7 850	210 000	0,30			$12,0 \cdot 10^{-6}$
Acier inoxydable	7 850	200 000	0,30			$12,0 \cdot 10^{-6}$
Cuivre	8 960	124 000	0,34	401	380	$16,5 \cdot 10^{-6}$
Titane	4 510	114 000	0,34	21,9	520	$10,5 \cdot 10^{-6}$
Tungstène	19 300	406 000	0,28	174	130	$4,5 \cdot 10^{-6}$
Zinc	7 134	78 000	0,25	116	390	$30,0 \cdot 10^{-6}$
Plomb	11 350	18 000	0,44	35,3	129	$29,0 \cdot 10^{-6}$
Or	19 300	78 000	0,42	317	128	$14,2 \cdot 10^{-6}$
Argent	10 500	83 000	0,37	429	235	$19,7 \cdot 10^{-6}$
Nickel	8 902	214 000	0,31	90,7	440	$13,3 \cdot 10^{-6}$
Invar	8 125	140 000	0,23	13	510	$2,0 \cdot 10^{-6}$
Étain	5 770	41 000	0,36	66,6	228	$23,0 \cdot 10^{-6}$
Aluminium	2 698	69 000	0,33	237	31,7	$23,8 \cdot 10^{-6}$
Inconel 718	8 190	205 000	0,33			$13,0 \cdot 10^{-6}$
Béton	2 200	50 000	0,20			

Traitements de surface

Traitements	Épaisseurs	Propriétés
Cémentation	1 mm	Grande dureté de la pièce en surface
	6 mm	Grande résilience au centre
Chromage	5 μm	Bonne résistance à la corrosion
	50 μm	Bel aspect de finition
Nickelage	5 μm	Bonne résistance à la corrosion
	50 μm	Bonne résistance à l'usure
Nitruration	0,1 μm	Bonne résistance à la corrosion
	1 mm	Grande résistance à l'usure
Zingage	5 μm	Bonne résistance à la corrosion
	50 μm	

Matériaux

Caractéristiques mécaniques

Module de Young

Le module de Young est la constante reliant la contrainte de traction d'un matériau à son allongement si son comportement est élastique et isotrope. Le module de Young s'exprime en $N \cdot mm^{-2}$ et est notée E .

Coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson est la constante qui caractérise la contraction du matériau perpendiculairement à la direction opposée.

Caractéristiques thermiques

Conductivité thermique

La conductivité thermique est la grandeur qui caractérise le comportement des matériaux à transmettre la chaleur par conduction. La conductivité thermique s'exprime en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ et est notée λ .

Capacité thermique massique

La capacité thermique massique est la quantité d'énergie à apporter à une masse unitaire du matériau pour augmenter sa température de 1 degré Kelvin. La capacité thermique massique s'exprime en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ et est notée c . Elle est également appelée chaleur massique ou chaleur spécifique.

Coefficient de dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique est la constante reliant la variation de longueur d'un matériau à la variation de température. Le coefficient de dilatation s'exprime en K^{-1} et est notée α .

Aide-mémoire technique

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x))$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y))$$

Contraintes en fonction des déformations

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) \right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x) \right)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) \right)$$

On peut aussi exprimer les contraintes en fonction des coefficients de Lamé :

$$\sigma_x = 2\mu\epsilon_x + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$$

$$\sigma_y = 2\mu\epsilon_y + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$$

$$\sigma_z = 2\mu\epsilon_z + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$$

Coefficients de Lamé

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = G$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Critères de limite élastique

Critère de Von Mises

Le critère de Von Mises vérifie :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2} \leq R_e$$

Contrainte équivalente de Von Mises dans l'espace

$$\sigma_{Von\ Mises} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}$$

Cotations

Symboles des tolérances géométriques




Les tolérances géométriques sont définies par la norme NF E 04-552.

Type de tolérance	Caractéristique	Symboles
Tolérances de forme	Rectitude	—
	Planéité	▭
	Circularité	○
	Cylindricité	⊘
	Forme d'une ligne quelconque	∩
	Forme d'une surface quelconque	∪
Tolérances d'orientation	Parallélisme	//
	Perpendicularité	⊥
	Inclinaison	∠
Tolérances de position	Localisation	⊕
	Concentricité	⊙
	Symétrie	≡
Tolérances de battement	Battement simple	↗
	Battement total	↗↗

Symboles des états de surface

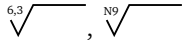
Les tolérances d'états de surface sont définies par la norme NF E 05-016.

Il existe 3 signes pour coter l'état de surface :

-  Signe de base.
-  Surface obtenue par usinage avec enlèvement de matière.
-  Surface où l'enlèvement de matière est interdit.

Rugosité

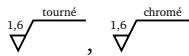
Le symbole doit contenir la valeur de la rugosité R_a en μm , en μin ou la classe de rugosité :



μm	μin	Classe
50	2 000	N12
25	1 000	N11
12,5	500	N10
6,3	250	N9
3,2	125	N8
1,6	63	N7
0,8	32	N6
0,4	16	N5
0,2	8	N4
0,1	4	N3
0,05	2	N2
0,025	1	N1

Procédé de fabrication

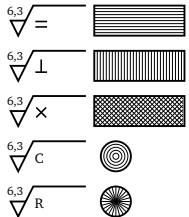
Le symbole peut contenir le procédé de fabrication ou le traitement de surface :



Direction des stries

Le symbole peut contenir la direction dans laquelle se dirigent les stries de l'usinage :

- \parallel Parallèle au plan de projection de la vue.
- \perp Perpendiculaire au plan de projection de la vue.
- \times Directions croisées.
- C Directions circulaires.
- R Directions radiales.



Résistance des matériaux

On considère :

- E Le module de Young.
- G Le module de cisaillement.
- ν Le coefficient de Poisson.
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ Les contraintes normales suivant x, y et z.
- $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ Les déformations suivant x, y et z.
- $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ Les contraintes principales.

Les lois et équations présentées dans ce chapitre sont valables uniquement avec un matériau élastique, isotrope et avec des petites déformations.

Loi de Hooke

Loi de Hooke dans le plan

Déformations en fonction des contraintes

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y))$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x))$$

Contraintes en fonction des déformations

$$\sigma_x = \frac{E}{(1 - \nu^2)}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y)$$

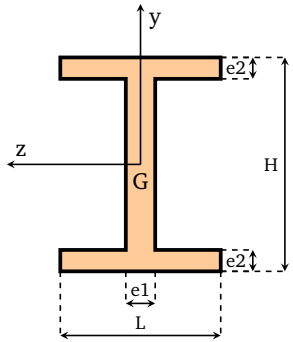
$$\sigma_y = \frac{E}{(1 - \nu^2)}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x)$$

Loi de Hooke dans l'espace

Déformations en fonction des contraintes

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z))$$

Section en I



$$S = 2e_2L + e_1(H - 2e_2)$$

$$Y_G = 0$$

$$Z_G = 0$$

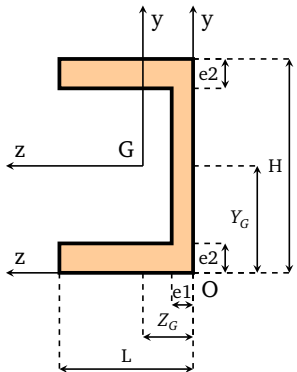
$$I_{Oy} = I_{Gy} = 2 \left(\frac{H^3}{24} - \frac{H^3 - 6e_2H^2 + 12e_2^2H - 8e_2^3}{24} \right) L + \frac{e_1(H - 2e_2)^3}{12}$$

$$I_{Oz} = I_{Gz} = \frac{e_2L^3}{6} + \frac{e_1^3(H - 2e_2)}{12}$$

$$I_{Oyz} = I_{Gyz} = 0$$

$$I_O = I_G = \frac{e_2L(L^2 + 3H^2 - 6e_2H + 4e_2^2)}{6} + \frac{e_1(H - 2e_2)((H - 2e_2)^2 + e_1^2)}{12}$$

Section en U



$$S = 2e_2(L - e_1) + e_1H$$

$$Y_G = \frac{H}{2}$$

$$Z_G = \frac{2e_2L^2 + e_1^2H - 2e_1^2e_2}{4e_2L + 2e_1H - 4e_1e_2}$$

$$I_{Gy} = \frac{2e_2L^3 + e_1^3H - 2e_1^3e_2}{3} - \frac{(2e_2(L - e_1) + e_1H)(2e_2L^2 + e_1^2H - 2e_1^2e_2)^2}{(4e_2L + 2e_1H - 4e_1e_2)^2}$$

$$I_{Gz} = \frac{3e_2H^2L - 3e_2^2HL + 2e_2^3L + e_1H^3 - 3e_1e_2H^2 + 3e_1e_2^2H - 2e_1e_2^3}{3} \dots$$

Critère de Tresca

Le critère de Tresca vérifie :

$$\begin{cases} |\sigma_I - \sigma_{II}| \leq Re \\ |\sigma_{II} - \sigma_{III}| \leq Re \\ |\sigma_{III} - \sigma_I| \leq Re \end{cases}$$

Contrainte équivalente de Tresca dans l'espace

$$\sigma_{Tresca} = \text{MAX}(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|)$$

Caractéristiques des sections

Définition

Surface

$$S = \iint_S 1 \, ds$$

Centre de gravité

$$Y_G = \frac{1}{S} \iint_S y \, ds$$

$$Z_G = \frac{1}{S} \iint_S z \, ds$$

Moment quadratique

$$I_{Oy} = \iint_S z^2 \, ds$$

$$I_{Oz} = \iint_S y^2 \, ds$$

Moment polaire

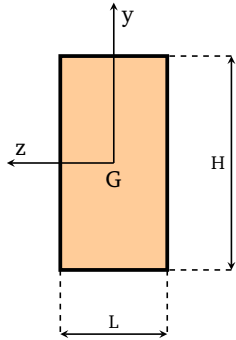
$$I_O = \iint_S y^2 + z^2 \, ds = I_{Oy} + I_{Oz}$$

Moment produit

$$I_{Oyz} = \iint_S yz \, ds$$

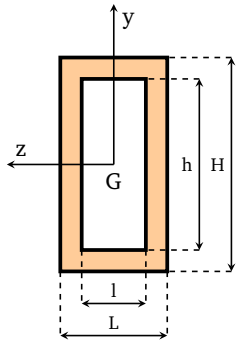
Caractéristiques de sections courantes

Section rectangulaire



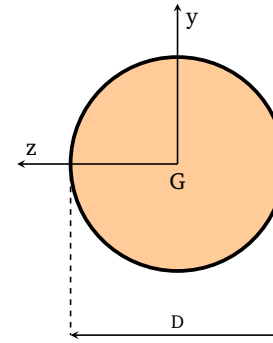
$$\begin{aligned}
 S &= HL \\
 Y_G &= 0 \\
 Z_G &= 0 \\
 I_{Oy} = I_{Gy} &= \frac{HL^3}{12} \\
 I_{Oz} = I_{Gz} &= \frac{H^3L}{12} \\
 I_{Oyz} = I_{Gyz} &= 0 \\
 I_O = I_G &= \frac{HL^3 + H^3L}{12}
 \end{aligned}$$

Section rectangulaire creuse



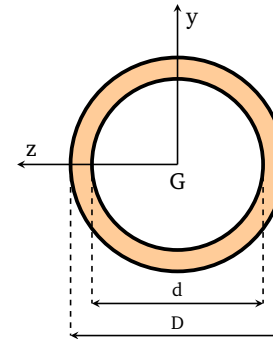
$$\begin{aligned}
 S &= HL - hl \\
 Y_G &= 0 \\
 Z_G &= 0 \\
 I_{Oy} = I_{Gy} &= \frac{HL^3 - hl^3}{12} \\
 I_{Oz} = I_{Gz} &= \frac{H^3L - h^3l}{12} \\
 I_{Oyz} = I_{Gyz} &= 0 \\
 I_O = I_G &= \frac{HL^3 + H^3L - hl^3 - h^3l}{12}
 \end{aligned}$$

Section circulaire



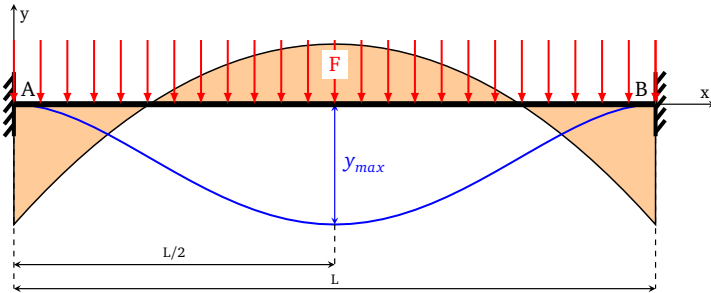
$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\pi D^2}{4} \\
 Y_G &= 0 \\
 Z_G &= 0 \\
 I_{Oy} = I_{Gy} &= \frac{\pi D^4}{64} \\
 I_{Oz} = I_{Gz} &= \frac{\pi D^4}{64} \\
 I_{Oyz} = I_{Gyz} &= 0 \\
 I_O = I_G &= \frac{\pi D^4}{32}
 \end{aligned}$$

Section circulaire creuse



$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \\
 Y_G &= 0 \\
 Z_G &= 0 \\
 I_{Oy} = I_{Gy} &= \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \\
 I_{Oz} = I_{Gz} &= \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \\
 I_{Oyz} = I_{Gyz} &= 0 \\
 I_O = I_G &= \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}
 \end{aligned}$$

Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe en A et vaut

$$M_{fz}(A) = -\frac{FL^2}{24}$$

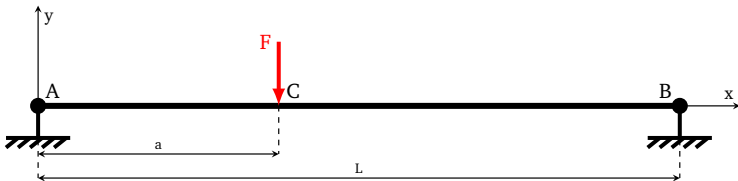
Flèche maximum

La flèche maximum se trouve au point de coordonnée $x = \frac{L}{2}$ et vaut :

$$Y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{EI_{gz}} \frac{FL^4}{384}$$

Poutre sur pivots des deux cotés avec charge ponctuelle

Schéma

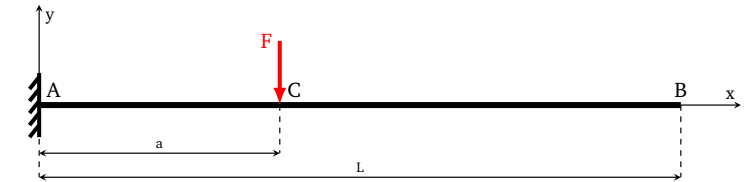


$$I_{Gxy} = 0 \quad \dots - \frac{H^2 (2e_2 L + e_1 H - 2e_1 e_2)}{4}$$

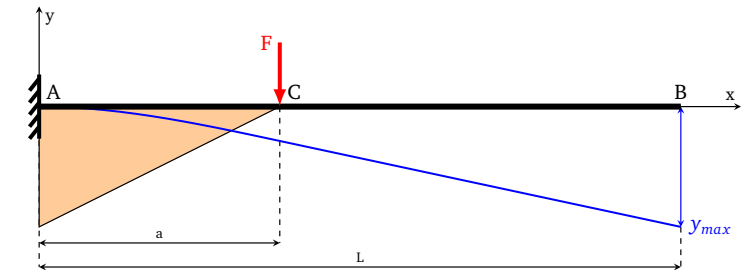
Déformées de poutres à sections constantes

Poutre encastree d'un coté avec charge ponctuelle

Schéma



Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe en A et vaut

$$M_{fz}(A) = -aF$$

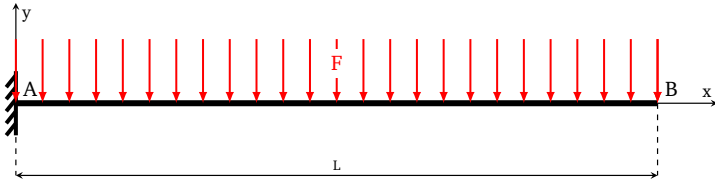
Flèche maximum

La flèche maximum se situe au point B et vaut :

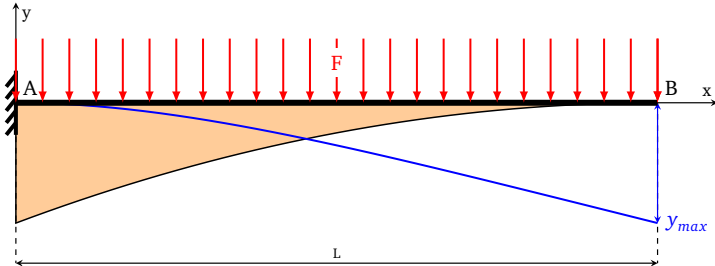
$$Y(B) = -\frac{1}{EI_{gz}} \frac{3a^2 FL - a^3 F}{6}$$

Poutre encastrée d'un coté avec charge répartie

Schéma



Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe en A et vaut

$$M_{fz}(A) = -\frac{F L^2}{2}$$

Flèche maximum

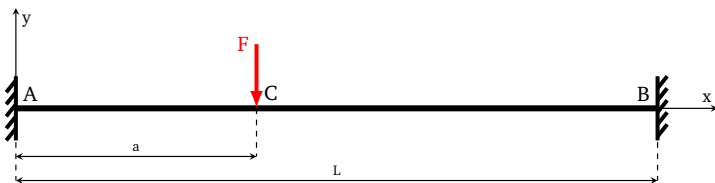
La flèche maximum se situe au point B et vaut :

$$Y(B) = -\frac{1}{8} \frac{F L^4}{E I_{gz}}$$

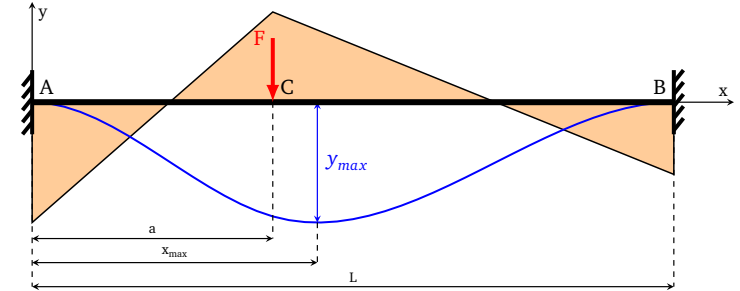
Poutre encastrée des deux cotés avec charge ponctuelle

Schéma

On suppose que $0 < a < \frac{L}{2}$



Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe en A et vaut

$$M_{fz}(A) = -\frac{a(L-a)^2 F}{L^2}$$

Flèche maximum

La flèche maximum se trouve au point de coordonnée $x_{max} = \frac{L^2}{3L-2a}$ et vaut :

$$Y(x_{max}) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{2a^2 F (L-a)^3}{3(3L-2a)^2}$$

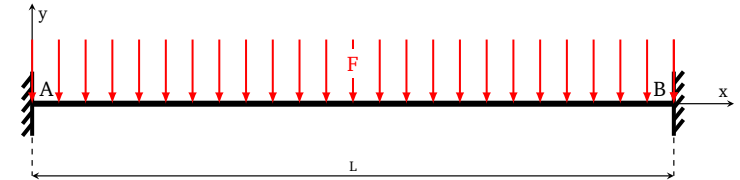
Flèches particulières

$$Y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{a^2 F (3L-4a)}{48}$$

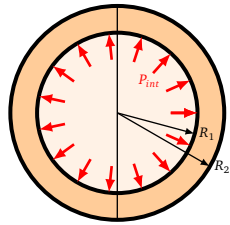
$$Y(a) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{a^3 F (L-a)^3}{3L^3}$$

Poutre encastrée des deux cotés avec charge répartie

Schéma



Sphère soumise à une pression interne



Contraintes

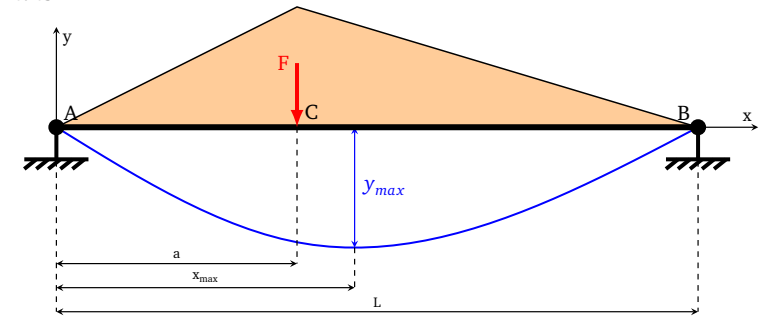
$$\sigma_r(R_2) = 0$$

$$\sigma_r(R_1) = P_{int}$$

$$\sigma_t(R_2) = \frac{3 P_{int} R_1^3}{2 R_2^3 - 2 R_1^3}$$

$$\sigma_t(R_1) = \frac{P_{int} (R_2^3 + 2 R_1^3)}{2 R_2^3 - 2 R_1^3}$$

Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe en C et vaut

$$M_{fz}(A) = \frac{a F (L - a)}{L}$$

Flèche maximum

La flèche maximum se trouve au point de coordonnée $x_{max} = \frac{3L - \sqrt{3}\sqrt{L^2 - a^2}}{3}$ et vaut :

$$Y(x_{max}) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{a F (L^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{5}{2}} L}$$

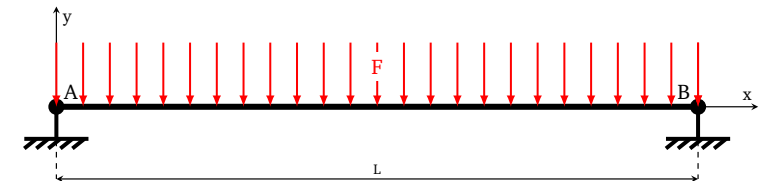
Flèches particulières

$$Y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{a F (3L^2 - 4a^2)}{48}$$

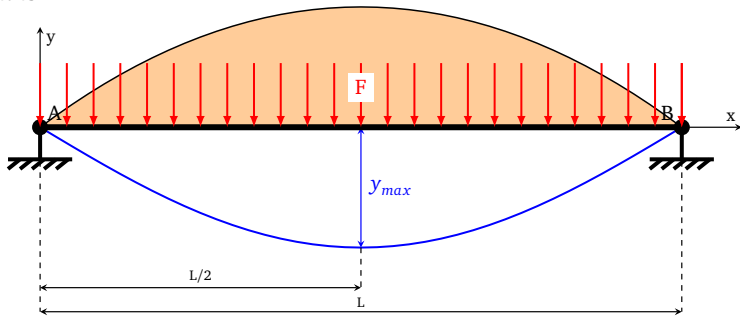
$$Y(a) = -\frac{1}{E I_{gz}} \frac{a^2 F (L - a)^2}{3 L}$$

Poutre sur pivots des deux cotés avec charge répartie

Schéma



Résultats



Moment de flexion maximum

Le moment de flexion maximum se situe au point de coordonnée $x = \frac{L}{2}$ et vaut

$$M_{fz} \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{F L^2}{8}$$

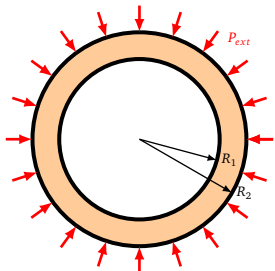
Flèche maximum

La flèche maximum se trouve au point de coordonnée $x = \frac{L}{2}$ et vaut :

$$Y \left(\frac{L}{2} \right) = -\frac{5 F L^4}{384}$$

Contraintes dans un cylindre soumis à la pression

Cylindre soumis à une pression externe

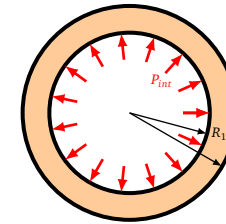


Contraintes

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_2) &= P_{ext} \\ \sigma_r(R_1) &= 0 \\ \sigma_t(R_2) &= -\frac{P_{ext} (R_2^2 + R_1^2)}{R_2^2 - R_1^2} \\ \sigma_t(R_1) &= -\frac{2 P_{ext} R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \end{aligned}$$

Cylindre soumis à une pression interne

Contraintes

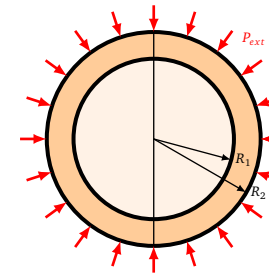


$$\begin{aligned} \sigma_r(R_2) &= 0 \\ \sigma_r(R_1) &= P_{int} \\ \sigma_t(R_2) &= \frac{2 P_{int} R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \\ \sigma_t(R_1) &= \frac{P_{int} (R_2^2 + R_1^2)}{R_2^2 - R_1^2} \end{aligned}$$

Contraintes dans une sphère soumise à la pression

Sphère soumise à une pression externe

Contraintes



$$\begin{aligned} \sigma_r(R_2) &= P_{ext} \\ \sigma_r(R_1) &= 0 \\ \sigma_t(R_2) &= -\frac{P_{ext} (2R_2^3 + R_1^3)}{2R_2^3 - 2R_1^3} \\ \sigma_t(R_1) &= -\frac{3 P_{ext} R_2^3}{2R_2^3 - 2R_1^3} \end{aligned}$$

Composition des accélérations

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma(M/R_2)} &= \overrightarrow{\Gamma(M/R_1)} + \\ &\overrightarrow{\Gamma(O_1/R_2)} + \overrightarrow{\Omega(R_1/R_2)} \wedge \overrightarrow{\Omega(R_1/R_2)} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \frac{d\overrightarrow{\Omega(R_1/R_2)}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \\ &2 \cdot \overrightarrow{\Omega(R_1/R_2)} \wedge \overrightarrow{V(M/R_1)} \end{aligned}$$

Torseurs

Torseurs des actions mécaniques

Définition

Le torseur des actions mécaniques d'un solide 1 sur 2 au point A dans le repère R s'écrit :

$$\{T(1 \rightarrow 2)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R}(1 \rightarrow 2) \\ \overrightarrow{M}_A(1 \rightarrow 2) \end{array} \right\}_R = \left\{ \begin{array}{cc} X(1 \rightarrow 2) & L(1 \rightarrow 2) \\ Y(1 \rightarrow 2) & M(1 \rightarrow 2) \\ Z(1 \rightarrow 2) & N(1 \rightarrow 2) \end{array} \right\}_R$$

Moment en un point

Le moment au point A d'une force \overrightarrow{F} appliquée au point B est défini par la formule :

$$\overrightarrow{M}_A(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{F}$$

Formule de Varignon

$$\overrightarrow{M}_A(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{M}_B(\overrightarrow{F}) + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{F}$$

Principe fondamental de la statique

Pour trouver les relations d'équilibre entre les forces, il faut exprimer tous les torseurs au même point :

$$\{T(ext \rightarrow S)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R}(ext \rightarrow S) = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M}_A(ext \rightarrow S) = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_R$$

Autres torseurs

Torseur cinématique

$$\{V(S/R)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(A/R) \end{array} \right\}_R$$

Torseur cinétique

$$\{C(S/R)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} m\vec{V}(G/R) \\ \vec{\sigma}_A(S/R) \end{array} \right\}_R$$

$$\vec{\sigma}_A(S/R) = m\vec{AG} \wedge \vec{V}(A/R) + I_A(S) \cdot \vec{\Omega}(S/R)$$

Torseur dynamique

$$\{D(S/R)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} m\vec{\Gamma}(G/R) \\ \vec{\delta}_A(S/R) \end{array} \right\}_R$$

$$\vec{\delta}_A(S/R) = \frac{d\vec{\sigma}_A(S/R)}{dt} + m\vec{V}(A/R) \wedge \vec{V}(G/R)$$

Si A et G sont confondus, alors :

$$\vec{\delta}_A(S/R) = \frac{d\vec{\sigma}_A(S/R)}{dt}$$

Cinématique

On considère les repères suivant :

- R_1 de centre O_1
- R_2 de centre O_2
- R_3 de centre O_3

Vitesse et accélération

Vitesse

$$\overrightarrow{V(M/R_1)} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt} \right]_{R_1}$$

Accélération

$$\overrightarrow{\Gamma(M/R_1)} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt} \right]_{R_1} = \left[\frac{d^2\overrightarrow{O_1M}}{dt^2} \right]_{R_1}$$

Relation de Chasles

La relation de Chasles permet de relier la vitesse d'un point entre différents repères :

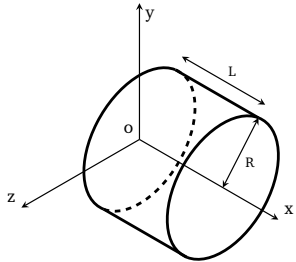
$$\overrightarrow{V(M, R_3/R_1)} = \overrightarrow{V(M, R_3/R_2)} + \overrightarrow{V(M, R_2/R_1)}$$

Composition des mouvements

Composition des vitesses

$$\overrightarrow{V(M/R_2)} = \overrightarrow{V(M/R_1)} + \overrightarrow{V(O_1/R_2)} + \overrightarrow{\Omega(R_1/R_2)} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

Cylindre plein



Masse

$$m = \pi R^2 L \rho$$

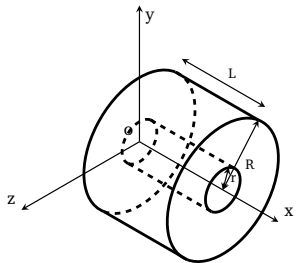
Centre de masse

$$G \left(\frac{L}{2}, 0, 0 \right)$$

Matrice d'inertie

$$\begin{pmatrix} \frac{mR^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mR^2}{4} + \frac{mL^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mR^2}{4} + \frac{mL^2}{12} \end{pmatrix}$$

Cylindre creux



Masse

$$m = \pi(R^2 - r^2)L\rho$$

Centre de masse

$$G \left(\frac{L}{2}, 0, 0 \right)$$

Matrice d'inertie

$$\begin{pmatrix} \frac{mR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mL^2}{3} + \frac{mR^2}{4} + \frac{mr^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mL^2}{3} + \frac{mR^2}{4} + \frac{mr^2}{4} \end{pmatrix}$$

Dynamique

Soient :

- S un solide ou un système isolé.
- ext le milieu extérieur au système S.
- G le centre de gravité de S.
- R un repère galiléen.

Torseurs utilisés

Torseur cinétique

Définition

$$\{C(S/R)\}_A = \begin{Bmatrix} m \vec{V}(G/R) \\ \vec{\sigma}_A(S/R) \end{Bmatrix}_R$$

Moment cinétique

$$\vec{\sigma}_A(S/R) = m \vec{AG} \wedge \vec{V}(A/R) + I_A(S) \cdot \vec{\Omega}(S/R)$$

Formule de Varignon sur le moment cinétique

$$\vec{\sigma}_A(S/R) = \vec{\sigma}_B(S/R) + \vec{AB} \wedge m \vec{V}(G/R)$$

Torseur dynamique

Définition

$$\{D(S/R)\}_A = \begin{Bmatrix} m \vec{\Gamma}(G/R) \\ \vec{\delta}_A(S/R) \end{Bmatrix}_R$$

Moment dynamique

$$\vec{\delta}_A(S/R) = \frac{d\vec{\sigma}_A(S/R)}{dt} + m \vec{V}(A/R) \wedge \vec{V}(G/R)$$

Si A et G sont confondus, alors :

$$\vec{\delta}_A(S/R) = \frac{d\vec{\sigma}_A(S/R)}{dt}$$

Formule de Varignon sur le moment dynamique

$$\vec{\delta}_A(S/R) = \vec{\delta}_B(S/R) + \vec{AB} \wedge m \vec{\Gamma}(G/R)$$

Torseur des actions mécaniques

$$\{F(ext \rightarrow S)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(ext \rightarrow S) \\ \vec{M}_A(ext \rightarrow S) \end{array} \right\}_R$$

Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique est défini par la relation :

$$\{D(S/R)\}_A = \{F(ext \rightarrow S)\}_A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m \vec{\Gamma}(G/R) \\ \vec{\delta}_A(S/R) \end{array} \right\}_R = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(ext \rightarrow S) \\ \vec{M}_A(ext \rightarrow S) \end{array} \right\}_R$$

Matrice d'inertie

La matrice d'inertie d'un solide est une matrice 3x3 contenant les termes d'inerties :

$$\begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}$$

Les termes d'inertie de la matrice sont :

$$A = \int_V (y^2 + z^2) dm \quad D = \int_V (y z) dm$$

$$B = \int_V (x^2 + z^2) dm \quad E = \int_V (x z) dm$$

$$C = \int_V (x^2 + y^2) dm \quad F = \int_V (x y) dm$$

Théorème de Huygens

Le théorème de Huygens permet de relier les termes d'inerties d'un solide entre le centre de gravité G et un point quelconque A. Soit le vecteur : $\vec{AG} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

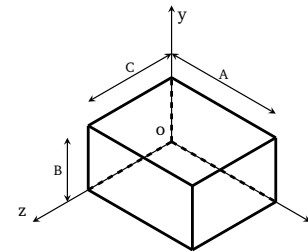
$$A_A = A_G + m(b^2 + c^2) \quad D_A = D_G + m b c$$

$$B_A = B_G + m(a^2 + c^2) \quad E_A = E_G + m a c$$

$$C_A = C_G + m(a^2 + b^2) \quad F_A = F_G + m a b$$

Caractéristiques d'inertie de quelques solides

Parallélépipède



Masse
 $m = \rho ABC$
Centre de masse
 $G \left(\frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2} \right)$

Matrice d'inertie

$$\begin{pmatrix} \frac{B^2 + C^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A^2 + C^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A^2 + B^2}{12} \end{pmatrix}$$

Unités (fr)	Unités (en)	Symbole	Définition
Pouce	inch	in	1/12 ft
Pied	foot	ft	1/3 yd
Yard	yard	yd	
Mille	mile	mi	1 760 yd
Lieue	league		3 Miles

Conversion d'unités

Longueurs

$$1 \text{ yd} = 0,9144 \text{ m}$$

$$1 \text{ mil} = 2,54 \mu\text{m}$$

	yd	ft	in
1 yd =	1,0	3,0	36,0
1 ft =	0,333 333	1,0	12,0
1 in =	0,027 777	0,083 333	1,0
1 mil =			0,001

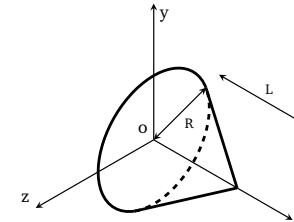
	m	cm	mm
1 yd =	0,914 400	91,440	914,400
1 ft =	0,304 800	30,480	304,800
1 in =	0,025 400	2,540	25,400
1 mil =			0,025 400

	yd	ft	in
1 m =	1,093 613	3,280 840	39,370 079
1 cm =	0,010 936	0,032 808	0,393 701
1 mm =	0,001 093	0,003 281	0,039 370

Couples

	N.m	kgf.m	lbf.in	lbf.ft
1 N.m =	1,0	0,101 972	8,850 746	0,737 562
1 kgf.m =	9,806 650	1,0	86,796 166	7,233 014
1 lbf.in =	0,112 985	0,011 521	1,0	0,083 333
1 lbf.ft =	1,355 818	0,138 255	12,0	1,0

Cône



Masse

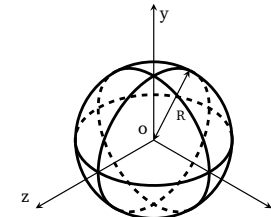
$$m = \frac{\pi R^2 L \rho}{3}$$
Centre de masse

$$G \left(\frac{L}{4}, 0, 0 \right)$$

Matrice d'inertie

$$\begin{pmatrix} \frac{3mR^2}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3mR^2}{20} + \frac{3mL^2}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3mR^2}{20} + \frac{3mL^2}{5} \end{pmatrix}$$

Sphère pleine (Boule)



Masse

$$m = \frac{4\pi R^3 \rho}{3}$$
Centre de masse

$$G (0, 0, 0)$$

Matrice d'inertie

$$\begin{pmatrix} \frac{2mR^2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2mR^2}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2mR^2}{5} \end{pmatrix}$$

Unités

Multiples et sous-multiples

Facteur par lequel est multiplié l'unité	Préfixe	Symbole
10^{12}	téra	T
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^5	hectokilo*	hk
10^4	myria*	ma
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da
10^0	-	-
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-4}	décimilli*	dm
10^{-5}	centimilli*	cm
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

* : Obsolète. Ne plus utiliser.

Systèmes d'unités homogènes

Longueur	Temps	Masse	Force	Pression	Vitesse	Masse volumique	Énergie
m	s	g	mN	mPa	$m \cdot s^{-1}$	$g \cdot m^{-3}$	mJ
m	s	kg	N	Pa	$m \cdot s^{-1}$	$kg \cdot m^{-3}$	J
m	s	t	kN	kPa	$m \cdot s^{-1}$	$t \cdot m^{-3}$	kJ
mm	s	g	μ N	Pa	$mm \cdot s^{-1}$	$g \cdot mm^{-3}$	nJ
mm	s	kg	mN	kPa	$mm \cdot s^{-1}$	$kg \cdot mm^{-3}$	μ J
mm	s	t	N	MPa	$mm \cdot s^{-1}$	$t \cdot mm^{-3}$	mJ

Unités impériales

L'unité de référence dans le système impérial est le yard. Les autres unités sont des multiples du Yard.

Pressions

$$1 \text{ psi} = 1 \text{ lb} \cdot \text{in}^{-2} \quad 1 \text{ psf} = 1 \text{ lb} \cdot \text{ft}^{-2} \quad 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

	Pa	psi	psf	bar
1 psi =	6 894,757 293	1,0	144,0	0,068 947
1 psf =	47,880 259	0,006 944	1,0	0,000 478
1 bar =	100 000	14,503 773	2 088,543 423	1,0
1 atm =	101 325	14,695 948	2 116,216 623	1,013 250

Masses

	lb	kg	ton	t
1 lb =	1,0	0,453 592	0,000 446	0,000 453
1 kg =	2,204 622	1,0	0,000 984	0,001
1 ton =	2 240,0	1 016,046 909	1,0	1,016 047
1 t =	2 204,622 622	1 000,0	0,984 206	1,0

Surfaces

$$1 \text{ in}^2 = 1 \text{ sq in} \quad 1 \text{ ft}^2 = 1 \text{ sq ft} \quad 1 \text{ yd}^2 = 1 \text{ sq yd}$$

	in ²	ft ²	yd ²
1 in ² =	1,0	0,006 944	0,000 771
1 ft ² =	144,0	1,0	0,111 111
1 yd ² =	1 296,0	9,0	1,0

	in ²	ft ²	yd ²
1 mm ² =	0,001 550	0,000 011	0,000 001
1 cm ² =	0,155 000	0,001 076	0,000 119
1 m ² =	1 550,003 100	10,763 910	1,195 990

	mm ²	cm ²	m ²
1 in ² =	645,160	6,451	0,000 645
1 ft ² =	92 903,040	929,030	0,092 903
1 yd ² =	836 127,360	8 361,273	0,836 127

Températures

$$T_{\text{kelvin}} = T_{\text{Celsius}} + 273,15 \quad T_{\text{Fahrenheit}} = \left(\frac{9}{5} \cdot T_{\text{Celsius}} + 32\right)$$

Vecteurs

Soient deux vecteurs : $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

Produit scalaire

Définition

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\| \times \cos \alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Propriétés

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

Produit vectoriel

Définition

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$$

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \wedge \vec{b} + \vec{a} \wedge \vec{c}$$

$$\frac{d e^x}{dx} = e^x \quad \frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x} \quad \frac{d \log x}{dx} = \frac{1}{x \ln 10}$$

$$\frac{d e^u}{dx} = \frac{du}{dx} e^u \quad \frac{d \ln u}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u} \quad \frac{d \log u}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u \ln 10}$$

$$\frac{d \cos x}{dx} = -\sin x \quad \frac{d \sin x}{dx} = \cos x \quad \frac{d \tan x}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Intégrales et primitives

Propriétés des intégrales

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b a \cdot f(x) dx = a \int_a^b f(x) dx$$

Intégration par partie

$$\int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx = [u(x) \cdot v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x) \cdot v(x) dx$$

Primitives de fonctions courantes

$$\int a x^n dx = \frac{a x^{n+1}}{n+1} + C \quad \int (a + b x)^n dx = \frac{(a + b x)^{n+1}}{b(n+1)} + C$$

Algèbre

Puissances

$$a^0 = 1$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot b^m = a b^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Racines

$$(\sqrt[m]{a})^m = a$$

$$\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$$

$$\sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$$

$$\sqrt[m]{\frac{1}{a}} = a^{-\frac{1}{m}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Logarithmes

Logarithme népérien

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln(a b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln(a^n) = n \ln(a)$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

Logarithme décimal

$$\log 1 = 0$$

$$\log(a b) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log(a^n) = n \log(a)$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

Identités remarquables

Degré 2

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ (a+ib)(a-ib) &= a^2 + b^2\end{aligned}$$

Degré 3

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (a+b)^2(a-b) &= a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 \\ (a+b)(a-b)^2 &= a^3 - a^2b - ab^2 + b^3 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3\end{aligned}$$

Dénombrément

Factoriel

$$\begin{aligned}n! &= \prod_{i=1}^n i \\ &= i \times (i-1) \times (i-2) \times \dots\end{aligned}$$

Par convention : $0! = 1$

Arrangements

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Combinaisons

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\begin{aligned}C_n^p &= C_n^{n-p} \\ C_{n+1}^{p+1} &= C_n^p + C_n^{p+1}\end{aligned}$$

Dérivées

Rappels sur les dérivées

La dérivée est la limite du rapport de l'accroissement de la fonction sur l'accroissement de la variable quand l'accroissement de la variable tend vers 0.

La dérivée d'une fonction $y = f(x)$ en x_0 s'écrit donc :

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

et plus simplement :

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} \qquad f''(x) = \frac{d^2f(x)}{dx^2} = \frac{df'(x)}{dx}$$

La notation $\dot{f}(x)$ existe aussi en physique et sous-entend une dérivée par rapport au temps.

Dérivées de fonctions courantes

- u et v sont fonctions de x .
- a est une constante.

$$\frac{da}{dx} = a \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(u+v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(u \times v)}{dx} = \frac{du}{dx}v + u \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{du^m}{dx} = m \frac{du}{dx} u^{m-1}$$

$$\frac{d\frac{1}{v}}{dx} = -\frac{dv}{v^2 dx}$$

$$\frac{d\frac{u}{v}}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}v - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d\sqrt{u}}{dx} = \frac{du}{2\sqrt{u} dx}$$

Matrice diagonale

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} b & 0 \\ 0 & c \end{vmatrix} = a b c$$

Matrice inverse

Matrice quelconque

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}} \times \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}} \times \begin{pmatrix} ei - fh & ch - bi & bf - ce \\ fg - di & ai - cg & cd - af \\ dh - eg & bg - ah & ae - bd \end{pmatrix}$$

Pi

Premières décimales du nombre π

$$\pi \approx 3,141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462 \dots$$

Approximations possibles

$\frac{22}{7} \approx 3,142\ 857\ 142\ 857\ 143$	à 3 chiffres significatifs
$\frac{333}{106} \approx 3,141\ 509\ 433\ 962\ 264$	à 5 chiffres significatifs
$\frac{355}{113} \approx 3,141\ 592\ 920\ 353\ 983$	à 7 chiffres significatifs
$\frac{103993}{33102} \approx 3,141\ 592\ 653\ 011\ 903$	à 10 chiffres significatifs

$$\int \cos x dx = \sin x + C \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + C$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{\cos x \sin x}{2} + \frac{x}{2} + C \qquad \int \sin^2 x dx = \frac{-\cos x \sin x}{2} + \frac{x}{2} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C \qquad \int e^x dx = e^x + C$$

Développements en séries

Rappel sur les séries de Taylor

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots$$

Séries de Taylor de fonctions usuelles

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

$$= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{40320} + \dots$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

$$= x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880} + \dots$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$= x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^7}{5040} + \dots$$

$$a^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x \ln a)^n}{n!}$$

$$= 1 + \frac{x \ln a}{1} + \frac{(x \ln a)^2}{2} + \frac{(x \ln a)^3}{6} + \frac{(x \ln a)^4}{24} + \dots$$

$$\begin{aligned} \ln(1+x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n \\ &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \frac{x^7}{7} - \frac{x^8}{8} + \dots \\ \ln(1-x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-x^n}{n} \\ &= -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} - \frac{x^7}{7} - \frac{x^8}{8} - \dots \\ (1+x)^a &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{p=1}^n (a-n+1)}{n!} x^n \\ &= 1 + ax + \frac{a(a-1)x^2}{2} + \frac{a(a-1)(a-2)x^3}{6} + \frac{a(a-1)(a-2)(a-3)x^4}{24} + \dots \\ \frac{1}{1-x} &= \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} \\ &= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + \dots \end{aligned}$$

Matrices

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1j} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2j} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \dots & A_{3j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1} & A_{i2} & A_{i3} & \dots & A_{ij} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1l} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \dots & B_{2l} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \dots & B_{3l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{k1} & B_{k2} & B_{k3} & \dots & B_{kl} \end{pmatrix}$$

Opérations de base

Addition

L'addition de deux matrices est possible seulement si : $i = k$ et $j = l$.

$$A + B = \begin{pmatrix} A_{11} + B_{11} & A_{12} + B_{12} & A_{13} + B_{13} & \dots & A_{1j} + B_{1l} \\ A_{21} + B_{21} & A_{22} + B_{22} & A_{23} + B_{23} & \dots & A_{2j} + B_{2l} \\ A_{31} + B_{31} & A_{32} + B_{32} & A_{33} + B_{33} & \dots & A_{3j} + B_{3l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1} + B_{k1} & A_{i2} + B_{k2} & A_{i3} + B_{k3} & \dots & A_{ij} + B_{kl} \end{pmatrix}$$

Multiplication

La multiplication de deux matrices est possible seulement si : $j = k$.

$$A \times B = \begin{pmatrix} \sum_{p=1}^j A_{1p} \times B_{p1} & \sum_{p=1}^j A_{1p} \times B_{p2} & \sum_{p=1}^j A_{1p} \times B_{p3} & \dots & \sum_{p=1}^j A_{1p} \times B_{pl} \\ \sum_{p=1}^j A_{2p} \times B_{p1} & \sum_{p=1}^j A_{2p} \times B_{p2} & \sum_{p=1}^j A_{2p} \times B_{p3} & \dots & \sum_{p=1}^j A_{2p} \times B_{pl} \\ \sum_{p=1}^j A_{3p} \times B_{p1} & \sum_{p=1}^j A_{3p} \times B_{p2} & \sum_{p=1}^j A_{3p} \times B_{p3} & \dots & \sum_{p=1}^j A_{3p} \times B_{pl} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{p=1}^j A_{ip} \times B_{p1} & \sum_{p=1}^j A_{ip} \times B_{p2} & \sum_{p=1}^j A_{ip} \times B_{p3} & \dots & \sum_{p=1}^j A_{ip} \times B_{pl} \end{pmatrix}$$

Transposée

$${}^tA = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \dots & A_{i1} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & \dots & A_{i2} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \dots & A_{i3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1j} & A_{2j} & A_{3j} & \dots & A_{ij} \end{pmatrix}$$

Inverse

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} ({}^t \text{com}A)$$

Propriétés

$$\begin{aligned} (M + N) \times P &= M \times P + N \times P \\ (M \times N) \times P &= M \times (N \times P) \end{aligned}$$

Déterminant

Matrice quelconque

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} &= a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \\ &= a(ei - fh) - b(di - fg) + c(dh - eg) \\ &= aei - bdi - afh + cdh + bfg - ceg \end{aligned}$$

Matrice symétrique

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a & f & e \\ f & b & d \\ e & d & c \end{vmatrix} &= a \begin{vmatrix} b & d \\ d & c \end{vmatrix} - f \begin{vmatrix} f & d \\ e & c \end{vmatrix} + e \begin{vmatrix} f & b \\ e & d \end{vmatrix} \\ &= a(bc - d^2) - f(cf - ed) + e(fd - be) \\ &= -(ad^2 - 2fed + be^2 + cf^2 - abc) \end{aligned}$$

Angles supplémentaires

$$\begin{aligned}\cos(180 - \alpha) &= -\cos(\alpha) & \sin(180 - \alpha) &= \sin(\alpha) \\ \tan(180 - \alpha) &= -\tan(\alpha)\end{aligned}$$

Formules d'addition des angles

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \beta \sin \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}\end{aligned}$$

Formules d'addition des fonctions

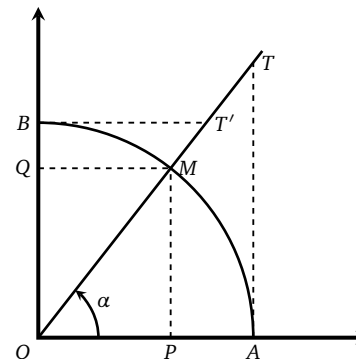
$$\begin{aligned}\cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \\ \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \\ \tan \alpha + \tan \beta &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \\ \tan \alpha - \tan \beta &= \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}\end{aligned}$$

Alphabet grec

Alpha α A	Bêta β B	Gamma γ Γ	Delta δ Δ	Epsilon ϵ E	Zêta ζ Z
Êta η H	Thêta θ Θ	Iota ι I	Kappa κ K	Lambda λ Λ	Mu μ M
Nu ν N	Ksi ξ Ξ	Omicron o O	Pi π Π	Rô r P	Sigma σ Σ
Tau τ T	Upsilon υ Υ	Phi ϕ Φ	Khi χ X	Psi ψ Ψ	Oméga ω Ω

Trigonométrie

Lignes trigonométriques



$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{OP}{OM} \\ \sin(\alpha) &= \frac{OQ}{OM} \\ \tan(\alpha) &= \frac{PM}{OP} = \frac{AT}{OA} \\ \cotan(\alpha) &= \frac{OP}{PM} = \frac{BT'}{OB} \end{aligned}$$

Valeurs des angles

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	NA

Angles complémentaires

$$\cos(90 - \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$\sin(90 - \alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\tan(90 - \alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$$

Angles doubles

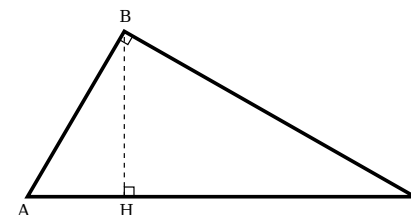
$$\begin{aligned}\cos(2\alpha) &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ &= \frac{1 - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \\ \sin(2\alpha) &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \frac{2 \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \\ \tan(2\alpha) &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}\end{aligned}$$

Autres formules

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

Relations métriques dans un triangle rectangle



$$\begin{aligned}\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} &= 180 = \pi \text{ rad} \\ \widehat{A} + \widehat{C} &= \widehat{B} = 90 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}\end{aligned}$$

$$S = \frac{BA \cdot BC}{2} = \frac{BC}{2} \cdot \sqrt{AC^2 - BC^2} = \frac{1}{4} \cdot AC^2 \cdot \sin 2\widehat{A}$$

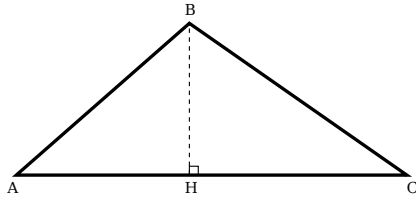
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BH^2 = AH \cdot HC$$

$$AB^2 = AH \cdot AC$$

$$BH \cdot AC = AB \cdot BC$$

Relations métriques dans un triangle quelconque



$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180 = \pi \text{ rad}$$

$$AB = BC \cdot \cos \widehat{B} + AC \cdot \cos \widehat{A}$$

$$BC = AB \cdot \cos \widehat{B} + AC \cdot \cos \widehat{C}$$

$$AC = BC \cdot \cos \widehat{C} + AB \cdot \cos \widehat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \sin \widehat{A} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \sin \widehat{B} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \sin \widehat{C}$$

Loi des cosinus

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{B}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{C}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{A}$$

Valeurs courantes

Valeurs de pi courantes

π	=	3,141 592 653	$\frac{\pi}{6}$	=	0,523 598 775
2π	=	6,283 185 307	$\frac{\pi}{8}$	=	0,392 699 081
3π	=	9,424 777 960	$\frac{\pi}{12}$	=	0,261 799 387
4π	=	12,566 370 614	$\frac{\pi}{180}$	=	0,017 453 292
$\frac{\pi}{2}$	=	1,570 796 326	$\frac{\pi}{360}$	=	0,008 726 646
$\frac{\pi}{3}$	=	1,047 197 551	$\frac{1}{2\pi}$	=	0,159 154 943
$\frac{\pi}{4}$	=	0,785 398 163			
$\frac{\pi}{5}$	=	0,628 318 530			

Racines courantes

$\sqrt{2}$	=	1,414 213 562	$\sqrt{\frac{1}{2\pi}}$	=	0,398 942 280
$\sqrt{3}$	=	1,732 050 808	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	=	0,707 106 781
$\sqrt{5}$	=	2,236 067 977	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	=	0,577 350 269
$\sqrt{7}$	=	2,645 751 311	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$	=	0,447 213 595
$\sqrt{8}$	=	2,828 427 125	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	=	0,353 553 390
$\sqrt{\pi}$	=	1,772 453 851	$\frac{1}{\sqrt{8}}$	=	
$\sqrt{2\pi}$	=	2,506 628 275			
$\sqrt{4\pi}$	=	3,544 907 702			

